



TITLE:

二棟連結制振系の減衰および固有振動特性と地震時応答特性の関係(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

満田, 衛資

CITATION:

満田, 衛資. 二棟連結制振系の減衰および固有振動特性と地震時応答特性の関係. 京都大学, 2014, 博士(工学)

ISSUE DATE:

2014-09-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k18581>

RIGHT:

二棟連結制振系の減衰および固有振動特性 と地震時応答特性の関係

満田 衛資

目 次

1 章 序 論

1.1 本研究の背景と目的	1
1.2 既往の研究と本論文の位置づけ	2
1.3 本論文の構成とその概要	5

2 章 二棟連結制振系の連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数および固有振動の変動特性

2.1 はじめに	9
2.2 二棟連結制振系構造物モデルの定義	9
2.3 複素固有値解析による固有値と固有円振動数・減衰定数の関係	10
2.4 連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数および固有振動の変動特性	13
2.4.1 固有値と固有円振動数・減衰定数の関係と重複点の定義	13
2.4.2 $\mu\kappa=1$ の場合の固有値・固有円振動数・減衰定数・固有モードの変動の様相	25
2.4.3 $\mu\kappa\neq 1$ の場合の固有値・固有円振動数・減衰定数・固有モードの変動の様相	26
2.5 重複点の条件式	28
2.5.1 共通事項	28
2.5.2 $\mu\kappa<1$ の場合	29
2.5.3 基本モデル ($\mu\kappa=1$) の場合	33
2.5.4 $\mu\kappa>1$ の場合	38
2.6 連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合の固有円振動数と固有値・固有モード	40
2.6.1 連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合の固有円振動数	40
2.6.2 連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合の固有値	42
2.6.3 連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合の固有モードにおける二棟間の位相差	48
2.7 連結ダンパー減衰係数の増加に伴うモード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係	50
2.7.1 連結ダンパー減衰係数の増加に伴うモード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係	50
2.7.2 基本モデル ($\mu\kappa=1$) において c がある値以上で 2 つの固有円振動数 ω が一致して定数となる証明	52

2.7.3	基本モデル ($\mu\kappa=1$) において c がある値以下で 2 つの減衰定数 h が重複する証明	55
2.7.4	過減衰モードを含む場合の固有値と減衰定数・固有円振動数の関係	56
2.7.5	連結ダンパー減衰係数の増加に伴うモード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係式から導かれる減衰定数の特性	57
2.8	連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数および固有円振動数の変動特性による分類	59
2.9	減衰定数とダンパーストロークの関係	62
2.9.1	ダンパーストロークの定義	62
2.9.2	複素刺激関数を用いた固有振動時のダンパーストローク	63
2.9.3	複素刺激関数の成分の総和が一定となる性質	65
2.9.4	連結ダンパー減衰係数の増加に伴うダンパーストロークの変動特性	66
2.9.4.1	例題 1 ($\mu=1, \kappa=0.5, \mu\kappa=0.5$, 領域 I)	66
2.9.4.2	例題 2 ($\mu=2, \kappa=0.5, \mu\kappa=1$, 基本モデル)	67
2.9.4.3	例題 3 ($\mu=4, \kappa=0.5, \mu\kappa=2$, 領域 II)	68
2.9.4.4	例題 4 ($\mu=2, \kappa=4, \mu\kappa=8$, 領域 III)	69
2.9.4.5	考察	70
2.9.5	固有モードを介した減衰定数とダンパーストロークの関係	71
2.10	結論	73

3 章 二棟連結制振系の応答低減に有効な連結ダンパー減衰係数と連結ダンパー減衰係数の増加に伴う地震時応答の変動特性との関係

3.1	はじめに	77
3.2	対象モデル	78
3.3	連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数と固有円振動数の変動特性	80
3.4	採用地震波	83
3.5	連結ダンパー減衰係数の増加に伴う地震時応答の変動特性	83
3.5.1	モデル 1 ($\mu=1, \kappa=0.5, \mu\kappa=0.5$, 領域 I / 質量均衡型)	84
3.5.2	モデル 2 ($\mu=\sqrt{2}, \kappa=1/\sqrt{2}, \mu\kappa=1$, 領域境界上 / 基本モデル)	87
3.5.3	モデル 3 ($\mu=2, \kappa=1, \mu\kappa=2$, 領域 II / 剛性均衡型)	90
3.5.4	モデル 4 ($\mu=1, \kappa=0.25, \mu\kappa=0.25$, 領域 I / 質量均衡型)	93
3.5.5	モデル 5 ($\mu=2, \kappa=0.5, \mu\kappa=1$, 領域境界上 / 基本モデル)	96
3.5.6	モデル 6 ($\mu=4, \kappa=1, \mu\kappa=4$, 領域 II / 剛性均衡型)	99
3.5.7	モデル 7 ($\mu=1, \kappa=0.1, \mu\kappa=0.1$, 領域 I / 質量均衡型)	102
3.5.8	モデル 8 ($\mu=\sqrt{10}, \kappa=1/\sqrt{10}, \mu\kappa=1$, 領域境界上 / 基本モデル)	105
3.5.9	モデル 9 ($\mu=10, \kappa=1, \mu\kappa=10$, 領域 II / 剛性均衡型)	108

3.5.10	非連結時の地震時最大応答値と減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数時の地震時最大応答値との比較	111
3.5.11	地震時最大応答値の連結ダンパー減衰係数に対する最小値と減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数時の地震時最大応答値との比較	114
3.5.12	モデル間の最大応答変位の大小関係に関する応答スペクトルを用いた考察	117
3.5.13	考察	121
3.6	定点理論による最適連結ダンパー減衰係数時の地震時応答との比較	122
3.6.1	定点理論による最適ダンパー減衰係数	122
3.6.2	定点理論による最適ダンパー減衰係数時の地震時応答	125
3.6.2.1	モデル 1 ($\mu=1$, $\kappa=0.5$, $\mu\kappa=0.5$, 領域 I / 質量均衡型)	126
3.6.2.2	モデル 2 ($\mu=\sqrt{2}$, $\kappa=1/\sqrt{2}$, $\mu\kappa=1$, 領域境界上 / 基本モデル)	129
3.6.2.3	モデル 3 ($\mu=2$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=2$, 領域 II / 剛性均衡型)	132
3.6.2.4	モデル 4 ($\mu=1$, $\kappa=0.25$, $\mu\kappa=0.25$, 領域 I / 質量均衡型)	135
3.6.2.5	モデル 5 ($\mu=2$, $\kappa=0.5$, $\mu\kappa=1$, 領域境界上 / 基本モデル)	138
3.6.2.6	モデル 6 ($\mu=4$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=4$, 領域 II / 剛性均衡型)	141
3.6.2.7	モデル 7 ($\mu=1$, $\kappa=0.1$, $\mu\kappa=0.1$, 領域 I / 質量均衡型)	144
3.6.2.8	モデル 8 ($\mu=\sqrt{10}$, $\kappa=1/\sqrt{10}$, $\mu\kappa=1$, 領域境界上 / 基本モデル)	147
3.6.2.9	モデル 9 ($\mu=10$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=10$, 領域 II / 剛性均衡型)	150
3.6.3	定点理論による最適ダンパー減衰係数時の地震時応答と減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数時の地震時応答の比較	153
3.6.4	考察	154
3.7	結論	157
4 章	結論	159
	参考文献	163
	謝辞	167

1 章 序論

1.1 本研究の背景と目的

1995 年の兵庫県南部地震や 2011 年の東北地方太平洋沖地震など、多大な被害をもたらす地震は後を絶たない。我が国における建築物の耐震基準は、地震により生じた構造物の被害内容やその時々での最新の研究成果や知見を加えながら更新され続けている。1981 年に制定されたいわゆる新耐震設計法以前に設計され、耐震性が低いとされている建物は今なお多数存在し、それらへの対策も広く求められているが、近年になり観測されている巨大な地震動あるいは地震動研究から警鐘されているような今後建物が被りうる地震動の大きさなどを考慮すれば、新耐震以降に設計・建設された建物あるいはこれから設計・建設される建物においても、より高い耐震性能を有することが求められることは言うまでもない。

建物に耐震性能を付与する構造システムは、耐震・免震・制振（震）の 3 つに大きく分類される。耐震構造は建物の柱や壁の強度や変形性能を高め揺れに耐えるよう設計される構造システムである。免震構造はアイソレーターをはじめとする免震装置を建物下部に設置することによって建物の固有周期を長くし、実質的に建物と地面とを切り離したような効果を与え、建物に伝わる揺れのエネルギーを小さくする構造システムである。制振（震）構造は地盤の揺れにより建物に入力されるエネルギーを消費し熱エネルギーに変換するダンパーと呼ばれる装置を設置することで建物自身の減衰性を高めて建物に生じる揺れを小さくしようとする構造システムである。応答加速度の大きさに起因する家具転倒や建具等の仕上げ材の破損等の被害の生じにくさなどから資産価値の向上に貢献するものとして、耐震構造よりも、免震・制振（震）構造の方がより上位の構造システムと位置付けられているが、特に最近では、災害発生という非常時状態から平時の状態へと速やかに復帰できる能力、いわゆるレジリエンス、についても求められる機会が増えてきており、そのような要求が伴う場合は、ほぼ必須の措置として免震あるいは制振（震）構造が採用されている。

免震建物の耐震性能の高さについては広く認められているところであるが、その性能を発揮させるためには、免震装置を大きく変形させるためのクリアランスが建物周囲に必要なことから、狭矮敷地に目一杯に建てようとする都市部の中小規模建築物に対しては、免震構造は基本的に不向きとされている。また、事実として現代の日本の都市部には隣棟間隔が非常に狭い状態で建物が密集して建っている。そのような中で、南海・東南海・東海三連動地震や上町断層をはじめとする大都市圏を襲うとされる直下型地震では、甚大な被害が生じるとの予測も公表されており、これから建てられる建物だけでなく、現に存在する多くの耐震性能の低い建物に対し如何にしてその耐震性能を広く向上させていくかは、喫緊の課

題として取り組まねばならない状況下にある。本研究で扱う連結制振構法は、新築あるいは耐震改修のどちらに対しても耐震性能の向上に効果的な構法であり、都市部の密集した建物についても、それら建物同士を（法的な課題は別として）直接連結することで効果的に群としての耐震性向上が期待できるなど、その応用の幅は広い。筆者は構造設計実務者として大小の規模や構造種別を問わず広範囲に都市建築に携わる機会が多く、連結制振構法の応用の幅の広さに非常に魅力を感じたことが、この分野の研究に強く関心を抱くきっかけにもなっている。

建物の耐震性能の向上を図る目的で地震エネルギー吸収装置である制振ダンパーを利用するのが制振構造であることは既に述べたが、連結制振構法とは、そのうちの1つの構法で、揺れ方が異なる2つ以上の構造物をダンパーで連結することで外乱に対する構造物の応答を制御・低減し、その安全性を高めることを意図した構法である。既存建物の耐震補強としてアウトフレームを新設しそれらを連結する場合や、新築される二棟の建物を連結する場合、あるいは、一棟の内部に主架構とは異なる剛性の心棒的要素を挿入し主架構と連結する場合など、多様な用いられ方が考えられる。連結制振構法には、双方の建物自身の慣性質量と剛性が相互に相手の反力を分担するため、建物の頂部に設置した付加質量の慣性力を反力とする TMD を利用した制振構法に比べて大きな反力が確保できる特徴があり、超高層建物の大地震に対する制振にも適用可能とされており、その適用可能な対象は広範囲におよぶ。連結制振構法については、基本的制振特性の解明や最適ダンパー量の決定方法に関する多数の研究成果が蓄積されており¹⁻³⁵⁾、まだ広く一般に用いられているとは言えないものの実建物に対する適用例も既に存在している^{36,37,38-40)}。

従来の連結制振に関する研究の多くは、二棟の建物を連結機構により連結する場合の、連結する建物間の最適な固有周期比や、連結機構の最適特性を明らかにすることを主目的としている。これに対して、本論文では、連結する二棟の建物の質量比および剛性比の関係によって異なる固有振動特性および減衰特性を分類し、固有値、固有モード、固有円振動数および減衰特性などに言及しながらその性質を明らかにすることを目的としている。また、そうして明らかにされた性質を具体的に設計に活かすことを考える場合、どのような減衰係数を有するダンパーを採用すべきかが最大の問題となるが、そうした連結ダンパー減衰係数の決定法についても言及を行い、建物単体あるいは建物群の耐震性能の向上に資することを目的としている。

1.2 既往の研究と本論文の位置づけ

先にも述べたが、連結制振構法については、基本的制振特性の解明や最適ダン

パー量の決定方法に関する多数の研究成果が蓄積されている¹⁻³⁵⁾。本節ではまず、それらを概観し、それらと本研究の違いを説明する。

一言に連結制振構法の研究と言っても、その目的や着眼点、対象としている建物は様々であり、それら目的や対象物に応じた適用範囲や条件を課している場合が多い。

例えば、パラメトリックな解析を通じて、応答低減比に関する等高線を描き、最適なダンパーの決定に用いようとする研究がある。田原らは、二棟の弾性建物を履歴ダンパーで連結した連結制振構造について、二棟の建物に対して無次元化した履歴ダンパーの降伏耐力での最大応答変位比の等高線図を描き、効果的なダンパーのパラメーターの範囲を特定している²⁷⁾。友澤らは、既存不適格建物と隣接する新設構造物を連結した二棟連結制振系に対して、既存建物が非線形化する場合においても連結制振効果が最大となるような新設構造物および連結機構の諸特性をパラメトリックな解析により導き、両棟の固有周期を軸とした等高線を用いてその有効性を示している²⁹⁾。辻らは、アウトフレームの質量が小さい特徴を利用してその質量を無視した等価 1 質点系に置き換え、応答スペクトル法を利用して応答低減比マップを作成しそれを用いてアウトフレーム剛性と連結ダンパーの決定する手法を提案している³³⁾。こうした手法は、それぞれの目的に叶う内容であり、傾向の把握はできるものの、その結果を導く数理的な背景が必ずしも明快ではなく、また事前のパラメトリック解析に用いたパラメーターの設定やその実行範囲に論の対象範囲が依存するといった問題点をもつ。

層数の異なる建物を連結する場合を対象とした研究としては、Roh らは、層数の異なる二棟の鋼構造物を連結した場合の地震時応答を評価しており、その中で、連結デバイスとして弾性ばねのみを用いた場合には必ずしも応答が低減するわけではないが、粘性系ダンパーを用いた場合にはほぼ必ず応答低減効果があることを示した他、粘性系ダンパーのみを用いるような場合の応答低減量は、導入ダンパー量の高さ方向の配分に対しては敏感ではないことなどを示している³⁵⁾。

その他に、既存建物の耐震改修においてアウトフレームを用いることを想定した研究^{12,13,16-19,21,28,31,33)}もあるが、例えば、伊藤らは、アウトフレーム型の連結制振構法に対して、地震時最大層間変位の設計目標値を設定し、アウトフレームの剛体近似等を用いた逆問題型のアプローチにより、アウトフレーム剛性や連結ダンパーの減衰係数を決定する手法を提案している²⁸⁾。先に挙げた辻らの研究³³⁾もアウトフレームを用いた耐震補強を主目的としている。これら手法もまた、その目的に叶った内容ではあるものの、既存建物と新設フレームの質量比は大きいという前提に立っており、それを越えた範囲における連結制振系について一般化されたものとは言えない。

これまでに提案されている連結制振に関する理論的研究の代表的なものとして、定点理論⁴¹⁾を用いたものが存在する^{3,4,9,24)}。定点理論とは、粘性減衰係数 c を有

する非比例減衰系において、伝達関数の振幅成分がある特定の振動数で粘性係数 c によらない定点を通過するという公理（定点定理）を用いて、伝達関数のピークを最小化しようとするために構成された理論である。定点理論により厳密に扱うことのできるモデルは基本的に構造減衰を有しないモデルに限定される。

蔭山らは、二棟の構造物をダンパーのみ、もしくはばねとダンパーを併用して連結し、両棟の耐震性能の向上を目的として、上述の定点理論を用いた研究を展開している^{3,4,9)}。ダンパーのみで二棟の構造物を連結するときの構造モデルとしては、連結制振の理想系である双方の系の定点の伝達率の高さが等しくなるモデル（質量比と剛性比が反比例の関係となるモデルで、本論文では $\mu\kappa=1$ のモデルとして表される）を主に扱っており、その質量比と剛性比による制約を緩和するために、連結ばねとダンパーを併用したモデルを扱っている。一方、本論文で想定するモデルでは、ダンパーのみで連結する上で質量比および剛性比に制約を設けていないため、そのダンパー減衰係数をパラメータとして、より広範囲の質量比および剛性比を有するモデルについて検討している。

楊らは、2つの1質点系を接合ばねと接合ダンパーで連結した連結構造物の主構造物の伝達関数のピークを最小にする最適接合ばね剛性と最適ダンパー減衰係数の決定方法について、定点理論に基づく理論を展開し、質量比、周波数比で定義される領域を3つに区分して、各領域での最適値決定法を提案している²⁴⁾。この楊らによる3つの領域区分は定点における伝達率の特性に関する領域区分であるが、一方、本論文では連結ダンパーの増加に対する減衰定数や固有振動特性の変動特性に関する領域区分を行っており、そもそもの領域区分の目的が異なる。また、領域境界に関しても、自明の境界である $\mu=\kappa$ は同じであるものの他の境界は本論文と異なるものである。

このように、これまでに連結制振に関する理論的研究は行われているものの、しかしながら、連結制振系の固有振動数や減衰定数に関する特性について理論的な観点から詳細に論じた研究は筆者の知る限り存在しない。その理由として、一般に複素固有値解析を必要とするため、理論的検討が困難であったことや、連結ダンパー容量の増加に対する特性変動の把握という視点が導入されなかったことが挙げられる。また、二棟連結制振系の場合、連結ダンパー減衰係数を増加させた場合に、1次モードにおいて高い減衰定数が容易に得られる割に、その減衰定数の高さほどには応答低減効果が得られない例も確認されており、そうしたことから連結ダンパー減衰係数の変化に伴う減衰定数の変化を把握することに意味を見出しづらいという側面もある。

ところで、連結制振構法を採用していない一般的な建物の振動性状を把握しようとする場合、その固有モード毎の固有振動特性（固有値・固有モード・固有円振動数等）や減衰特性（減衰定数）を用いモーダルアナリシスを実行することは一般的である。あるいは、モード毎の固有モード・固有周期・減衰定数・刺激係

数を把握した上で、SRSS 法などを用いて応答スペクトルから系の最大応答を評価する場合もある。モーダルアナリシスにせよ応答スペクトル法にせよ、振動現象の把握には固有モード特性の把握が重要であるという考え方は広く共有されており、固有円振動数や振動に対するモード毎の影響を表す刺激係数、減衰定数等は振動における有意な情報であり、実務者にとってもそれら諸量は日頃から用い慣れた、扱いやすい諸量であると言える。

そのような実務者的観点を踏まえた背景や、先に述べた既往の研究における固有振動特性への言及の少なさから、本論文では、連結ダンパー減衰係数に対する固有振動数や減衰定数等の特性について詳細に論じることを主目的としている。

本論文では、質量比と剛性比を軸とする図において連結ダンパー容量の増加に伴う減衰定数や固有振動数の変動の特徴に応じて領域分けを行うが、その領域分けの図においては、実際の建築物では想定しがたい質量比および剛性比の範囲についても一部触れているものの、多くの連結制振構法の建物モデルについてその固有振動特性を予測することが可能となる。また、ある質量比および剛性比の建物モデルに対して得られる減衰定数の最大値およびそのときの連結ダンパー減衰係数の最適値を導くことで、アウトフレーム連結制振構法において剛性比がある程度以上の値になると減衰定数の増加が望めなくなる³³⁾等の既往の研究の裏づけにもなり得る⁴²⁾。

1.3 本論文の構成とその概要

1 章では、本論文で扱う二棟連結制振構造物に関する研究の背景や既往の研究について概観し、本研究の目的と位置付けを明らかにし、あわせて、本論文の構成について述べる。

2 章では、二棟連結制振系において、連結ダンパー減衰係数を増加させることにより減衰定数や固有円振動数といった系の基本特性が、構造物のモデルの諸元によってどのように異なるかを、構造物の質量比および剛性比に着目することによって明らかにする。また、それら固有円振動数や減衰定数の変動の様相が、二棟の質量比や剛性比の組合せによって領域分類することが可能であること示し、その領域が三領域であることを明らかにする。連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合の固有円振動数と固有モード形状の収束特性を調べ、系の 1 次モードと 2 次はそれぞれ並進モードと離合モードの何れかに収束することを明らかにする。このとき、並進モードの固有円振動数と離合モードの固有円振動数は二棟の質量および剛性を用いて表せ、その大小関係が、先に述べた領域分類における領域境界を表すことを明らかにする。あわせて、並進モードの固有円振動数と離合モードの固有円振動数の大小関係を式中含んだ「モード間の減衰定数差と固有円振

動数差の関係式」を導く。この関係式に加え、並進モードに至るモードを並進化モードとし、離合モードに至るモードを離合化モードとする新しい概念を導入し用いることで、領域分類毎に異なっていた 1 次モードと 2 次モードの減衰定数の大小関係等が統一的に説明可能であることを明らかにする。また、特に $\mu\kappa=1$ の関係を満たすモデルにおける固有値・固有モード・固有円振動数・減衰定数の特別な性質を数理的に陽に誘導する。さらに、固有モード形状と固有モード毎の応答の大小関係の双方を考慮した複素刺激関数を用いて固有振動状態にあるダンパーの伸縮を考えることで、連結ダンパー減衰係数をパラメータとして数理的に導かれた減衰定数と、ダンパーの伸縮という系の減衰に直接的に関わる物理的要因との対応関係について考察する。

3 章では、2 章で明らかにした二棟連結制振系の固有振動および減衰に関する基本特性が、実際の地震動に対する応答においてどのような影響を与えるかについて、地震時応答解析の実行とその結果の観察を通して明らかにしていく。具体的には二棟の質量と剛性の組合せ毎にモデルを二棟の固有周期比で分類しながら構成し、そのモデル毎に連結ダンパー減衰係数をパラメトリックに 0 から増加させていった際の二棟（各 1 自由度）の最大応答変位を調べる。2 章にて明らかにした性質の中に「連結ダンパー減衰係数の増大に伴い並進化モードの減衰定数は最大値を迎えた後は単調に減少し 0 に向かう」というものがあるが、その並進化モードの減衰定数が最大値となる連結ダンパー減衰係数こそが設計上採用すべきダンパー減衰係数である、という仮説を提唱し、その検証を行う形で地震時応答解析結果に対する分析を行う。非連結時の二棟それぞれの応答値と提案する減衰係数時の応答値を応答低減比として表し一覧することで、質量比や剛性比の組合せが異なる際の応答低減の異なり方を確認しその特徴や傾向について考察する。また、パラメータである減衰係数 c 毎の最大応答値（群）の最小値と提案する減衰係数時の応答値との比を一覧することで、質量比や剛性比の組合せが異なる際の最小値からの応答増大の程度の異なり方を確認しその特徴や傾向について考察する。また、その一方で、連結制振構造物の連結ダンパー減衰係数の決定において、現在最も一般的に用いられている定点理論に基づいて決定される最適ダンパー減衰係数を用いた場合の地震時応答解析結果との比較も行う。定点理論は伝達関数のピークを最小化するために構成された理論であるため、定常波に対する応答低減効果はあるが多様な周波数成分をもつ多様な地震動の全てにおいて応答を最小化することを保証するようなダンパー減衰係数を理論的に与えているわけではない。本論提案の減衰係数を用いた場合の応答値と定点理論に基づき決定された減衰係数を用いた場合の応答値との比を一覧することで、質量比や剛性比の組合せが異なる際の、応答の異なり方を確認しその特徴と傾向について考察する。それらの地震時応答解析とその結果・比較の分析を通じて、連結する建物の構成（質量比や剛性比）に応じて、採用すべき連結ダンパー減衰係数の決定に関する

先の仮説の有用性とその程度を示す。

4章では，本研究で得られた成果を結論として取りまとめる。

2 章 二棟連結制振系の連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数および固有振動の変動特性

2.1 はじめに

二棟連結制振系の振動特性を把握するには，連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数や固有円振動数の変動特性を明らかにする必要がある．本章では，二棟連結制振系において，連結ダンパー減衰係数を増加させることにより減衰定数および固有円振動数といった系の基本特性が，構造物の質量や剛性といった基本的な諸元の組合せによってどのように変動するかを明らかにする．さらに，固有振動時の固有モード形状と連結ダンパーの伸縮量との関係に着目し，連結ダンパー減衰係数を増加させるに伴う連結ダンパーの伸縮量と減衰定数の変動との関係について述べ，3章にて行う地震時応答解析における，系の応答低減に有効な連結ダンパー減衰係数の提案の礎とする．

2.2 二棟連結制振系構造物モデルの定義

本章では，連結制振系の基本的な性質を明らかにするために，図 2.2.1 に示すような 2 自由度のモデルを扱い論じる．非連結時に 1 質点 1 自由度で表された 2 つのせん断質点系モデルを粘性ダンパーで連結し，2 質点平面せん断質点系モデルとし，その一方を主系，もう一方を副系と呼ぶこととする．主系の質量および剛性をそれぞれ M ， K ，とし，副系の質量および剛性をそれぞれ m ， k ，とする．主系と副系の関係は $M \geq m$ を満足するものとして定義する．また，二棟を連結するダンパー減衰係数を c とする．本論文では，構造物の構造減衰は考慮しない．副系に対する主系の質量比 M/m を μ (≥ 1)，剛性比 K/k を κ とし，質量比と剛性比の積 MK/mk を $\mu\kappa$ で表す．

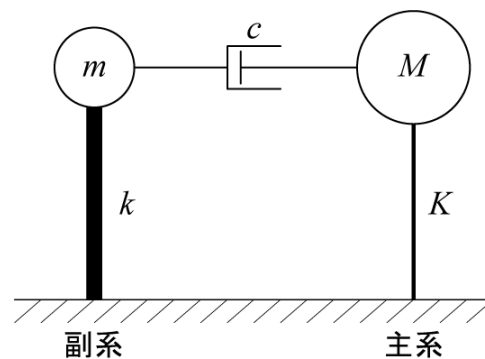


図 2.2.1 連結制振系のモデル

$$\mu = \frac{M}{m} : \text{質量比} \quad \kappa = \frac{K}{k} : \text{剛性比} \quad \mu\kappa = \frac{MK}{mk} : \text{質量比と剛性比の積}$$

本論文では、複素固有値解析により導出された固有円振動数、減衰定数、固有値、固有モードおよび固有ベクトルをそれぞれ単に固有円振動数、減衰定数、固有値、固有モードおよび固有ベクトルと称する。

2.3 複素固有値解析による固有値と固有円振動数・減衰定数の関係

本論文で扱う固有円振動数 ω と減衰定数 h は、複素固有値解析に基づいて計算する。

図 2.2.1 で表された系の自由振動の運動方程式は(2.3.1)式で表せる。

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{X} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{X} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ X \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.3.1)$$

ここで、 x および X は副系(m)および主系(M)の地盤に対する相対変位を表す。また、

$$M \geq m > 0, \quad K > 0, \quad k > 0, \quad c \geq 0$$

とする。前述のように建物の構造減衰は考慮していない。(2.3.1)式に対応する固有振動方程式は(2.3.2)式のように表せる。

$$\left| \lambda^2 \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \right| = 0 \quad (2.3.2)$$

$$\therefore \det \begin{bmatrix} m\lambda^2 + c\lambda + k & -c\lambda \\ -c\lambda & M\lambda^2 + c\lambda + K \end{bmatrix} = 0$$

この行列式を計算すると、次の 4 次方程式となる。

$$Mm\lambda^4 + (M+m)c\lambda^3 + (Mk+mK)\lambda^2 + (K+k)c\lambda + Kk = 0 \quad (2.3.3)$$

(2.3.3)式 (実数係数) の 4 つの解をそれぞれ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ とおくと、4 次方程式の解と係数の関係より以下の式が成り立つ。

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = -\frac{(M+m)c}{Mm} \quad (2.3.4a)$$

$$\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_4 + \lambda_4\lambda_1 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_4 = \frac{Mk+mK}{Mm} \quad (2.3.4b)$$

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3\lambda_4 + \lambda_3\lambda_4\lambda_1 + \lambda_4\lambda_1\lambda_2 = -\frac{(K+k)c}{Mm} \quad (2.3.4c)$$

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4 = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.3.4d)$$

r 次の固有値が複素数のとき、 r 次の固有円振動数 $\omega^{(r)}$ および減衰定数 $h^{(r)}$ の値は、複素固有値解析により導出された固有値 $\lambda^{(r)}$ を用いて次のように算出する。

$$\lambda_i^{(r)}, \lambda_j^{(r)} = -h^{(r)} \omega^{(r)} \pm \omega^{(r)} \sqrt{\{h^{(r)}\}^2 - 1} \quad (2.3.5)$$

$$\lambda_i^{(r)} \lambda_j^{(r)} = \{\omega^{(r)}\}^2 \quad (2.3.6a)$$

$$\lambda_i^{(r)} + \lambda_j^{(r)} = -2h^{(r)} \omega^{(r)} \quad (2.3.6b)$$

$$\therefore \quad \omega^{(r)} = \sqrt{\lambda_i^{(r)} \lambda_j^{(r)}} (= |\lambda^{(r)}|) \quad : \text{固有円振動数} \quad (2.3.7)$$

$$h^{(r)} = -\frac{\lambda_i^{(r)} + \lambda_j^{(r)}}{2\sqrt{\lambda_i^{(r)} \lambda_j^{(r)}}} (= -\frac{\text{Re}[\lambda^{(r)}]}{\omega^{(r)}}) \quad : \text{減衰定数} \quad (2.3.8)$$

ここで、 $\lambda_i^{(r)}$ 、 $\lambda_j^{(r)}$ は対となる複素固有値を表し、互いに複素共役の関係にある。

また、 r 次の固有値が実数のとき、 $\lambda_i^{(r)}$ 、 $\lambda_j^{(r)}$ は対となる異なる実固有値を表すものとし、Veletsos and Ventura と同様の方法を用い、過減衰振動時の $\omega^{(r)}$ および $h^{(r)}$ の値を、(2.3.7)、(2.3.8)式により、減衰振動時と同様に算出する⁴³⁾。

なお複素固有値解析を実行するにあたり、一般固有値問題としてサブルーチン化された計算プログラムを用いると、重解の場合を除き異なる 4 つの固有値として解が得られるが、その解の順序とモードの次数には必ずしも対応関係はなく、そのような場合は、図 2.3.1 に示した手順により、ペアリングを行う。

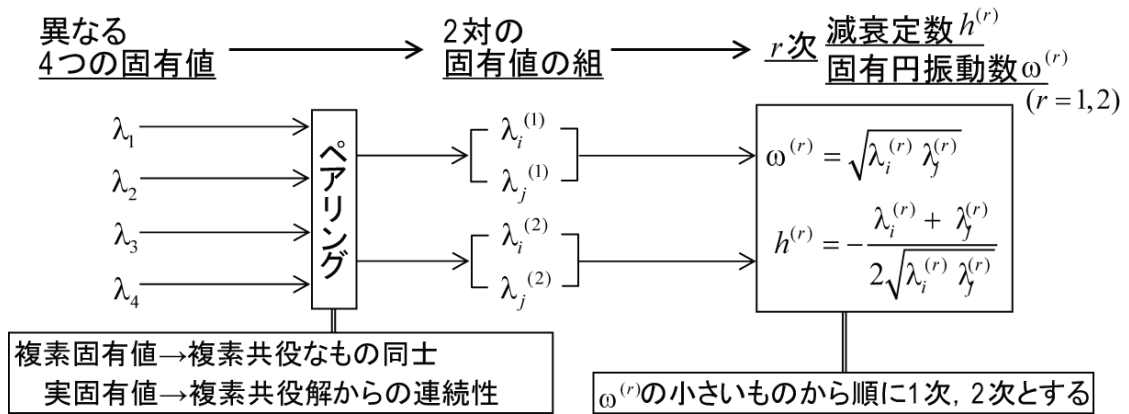


図 2.3.1 固有値のペアリングと次数の定義

このペアリングは次のように解釈できる．(2.3.4a)~(2.3.4d)式は(2.3.3)式を

$$(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3)(\lambda - \lambda_4) = 0 \quad (2.3.9)$$

と書き換え可能であることを示したものであり， $\lambda_i^{(1)}, \lambda_j^{(1)}, \lambda_i^{(2)}, \lambda_j^{(2)}$ を用いると，

$$(\lambda - \lambda_i^{(1)})(\lambda - \lambda_j^{(1)})(\lambda - \lambda_i^{(2)})(\lambda - \lambda_j^{(2)}) = 0 \quad (2.3.10)$$

となる．この(2.3.10)式を，複素共役な関係にある 1 次と 2 次の 2 つのモード毎の 2 次式の積へと展開することで，

$$\left\{ \lambda^2 - (\lambda_i^{(1)} + \lambda_j^{(1)})\lambda + \lambda_i^{(1)}\lambda_j^{(1)} \right\} \left\{ \lambda^2 - (\lambda_i^{(2)} + \lambda_j^{(2)})\lambda + \lambda_i^{(2)}\lambda_j^{(2)} \right\} = 0 \quad (2.3.11)$$

を得ることができる．一方，(2.3.10)式は，共役でないものでペアを構成することも可能で，例えば(2.3.10)式のうち $(\lambda_i^{(1)}, \lambda_j^{(2)})$ と $(\lambda_j^{(1)}, \lambda_i^{(2)})$ によるペアを設定し 2 次式の積へと展開すると，

$$\left\{ \lambda^2 - (\lambda_i^{(1)} + \lambda_j^{(2)})\lambda + \lambda_i^{(1)}\lambda_j^{(2)} \right\} \left\{ \lambda^2 - (\lambda_i^{(2)} + \lambda_j^{(1)})\lambda + \lambda_i^{(2)}\lambda_j^{(1)} \right\} = 0 \quad (2.3.12)$$

となる．4 個の固有値の中に複素数が含まれている場合，共役でないペアを用いた(2.3.12)式の各係数 $(\lambda_i^{(1)} + \lambda_j^{(2)})$, $\lambda_i^{(1)}\lambda_j^{(2)}$, $(\lambda_i^{(2)} + \lambda_j^{(1)})$, $\lambda_i^{(2)}\lambda_j^{(1)}$ は，一般に実数とはならない．逆にこのことは，(2.3.3)式の解として共役複素数が 1 組以上含まれる場合，(2.3.3)式に対し実数係数で因数分解を行う限りは，複素共役なペアを含んだ 2 次式の積に（すなわち，(2.3.12)式ではなく(2.3.11)式の形で）因数分解されることとなる．一般に(2.3.3)式のような実数係数の 4 次式を直接 2 つの実数係数の 2 次式へと因数分解することは可能である⁴⁴⁾．また，(2.3.7)式および(2.3.8)式を用いることで，(2.3.12)式は，

$$\left\{ \lambda^2 + 2h^{(1)}\omega^{(1)}\lambda + \{\omega^{(1)}\}^2 \right\} \left\{ \lambda^2 + 2h^{(2)}\omega^{(2)}\lambda + \{\omega^{(2)}\}^2 \right\} = 0 \quad (2.3.13)$$

となる．すなわち，実数係数の 4 次式である(2.3.3)式は，

$$(\lambda^2 + p\lambda + q)(\lambda^2 + r\lambda + s) = 0 \quad (2.3.14)$$

のように実数係数 p, q, r, s を用いた 2 次式の積の形に因数分解することが可能で， $q < s$ とすれば， q を含む 2 次式が 1 次モード，他方が 2 次モードを示すこととなり，

$$\lambda^2 + p\lambda + q = \lambda^2 + 2h^{(1)}\omega^{(1)}\lambda + \{\omega^{(1)}\}^2 \quad (2.3.15)$$

$$\lambda^2 + r\lambda + s = \lambda^2 + 2h^{(2)}\omega^{(2)}\lambda + \{\omega^{(2)}\}^2 \quad (2.3.16)$$

として，因数分解を用いることで，モード毎の固有振動数や減衰定数を，固有ベクトルを介することなく直接的に求めることもできる．

2.4 連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数および固有振動の変動特性

2.4.1 固有値と固有円振動数・減衰定数の関係と重複点の定義

本節では、2.5 節以降で述べる質量比と剛性比を軸とする平面における領域分割の準備として、いくつかの代表的な建物モデルに対して連結ダンパーの減衰係数をパラメトリックに増加させたときの数値解析を行い、減衰定数 h 、固有円振動数 ω およびそれに対応する固有値の変動、固有モードについて考察する。解析モデルの諸元を表 2.4.1 に、解析モデルの概要を図 2.4.1 に示す。前述のように建物の構造減衰は考慮しない。

表 2.4.1 解析モデル諸元

モデル	副系	主系			
		モデルⅠ $\mu\kappa=0.5$	基本モデル $\mu\kappa=1.0$	モデルⅡ $\mu\kappa=2.0$	モデルⅢ $\mu\kappa=8.0$
質量[t]	500	1000	1000	2000	1000
剛性 [kN/mm]	392	98	196	196	1568

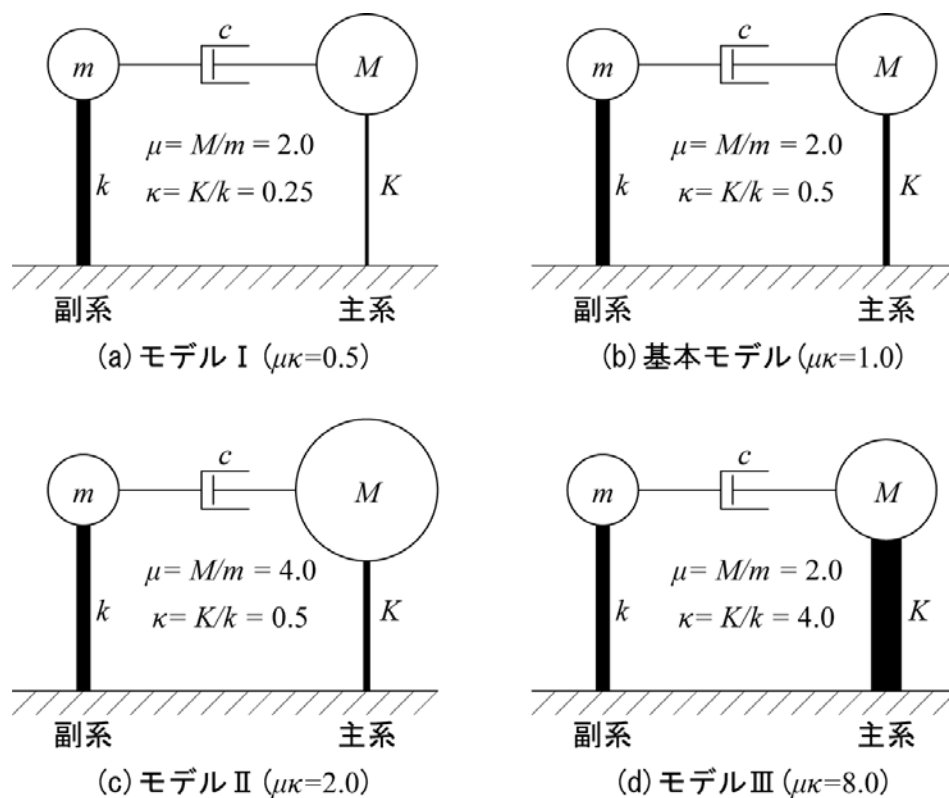


図 2.4.1 解析モデル概要

なお、 h および ω の値は、2.3節で示したように、主系と副系の質量として M および m 、同じく主系と副系の剛性として K および k を用い、複素固有値解析により導出された4つの固有値 λ_k ($k=1,2,3,4$)を用い、次のように算出する。

$$\therefore \omega^{(r)} = \sqrt{\lambda_i \lambda_j}, \quad h^{(r)} = -(\lambda_i + \lambda_j) / (2\sqrt{\lambda_i \lambda_j}) \quad (2.3.7) \text{および} (2.3.8) \text{再掲}$$

ここで r は次数、 λ_i, λ_j は対（減衰振動域では共役を意味し、 $i=1, j=2$ が $r=1$ に、 $i=3, j=4$ が $r=2$ に対応）となる固有値である。(2.3.7)および(2.3.8)式により、過減衰域の h および ω も減衰振動域と同様に定義する⁴³⁾。

また、一般に連結制振系の固有ベクトルは複素数を成分にもつベクトルとなり、各成分には位相が生じるが、本論文では、固有モードにおける主系と副系の位相差や固有モード図の描き方は以下の手順に従っている。

まず、複素固有値解析における固有値 λ_k ($k=1,2,3,4$)に対応した固有ベクトルを $(u_k \ U_k)^T$ とすると、固有振動方程式に代入することで、

$$\begin{bmatrix} m\lambda_k^2 + c\lambda_k + k & -c\lambda_k \\ -c\lambda_k & M\lambda_k^2 + c\lambda_k + K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_k \\ U_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.4.1)$$

が得られる。これより、

$$(m\lambda_k^2 + c\lambda_k + k)u_k - c\lambda_k U_k = 0 \quad (2.4.2)$$

で、 $(u_k \ U_k)^T \neq (0 \ 0)^T$, $c > 0$, $\lambda_k \neq 0$ であるから、

$$\frac{m\lambda_k^2 + c\lambda_k + k}{c\lambda_k} = \frac{U_k}{u_k}, \quad \text{あるいは}, \quad \frac{c\lambda_k}{m\lambda_k^2 + c\lambda_k + k} = \frac{u_k}{U_k} \quad (2.4.3)$$

が成立する。

固有ベクトルの成分 u_k, U_k は、それぞれ複素数であり、その比 U_k/u_k もまた一般に複素数である。 u_k および U_k を、 $u_k = r_k e^{i\theta_k}$ および $U_k = R_k e^{i\Theta_k}$ として極表示すると、両者の比 U_k/u_k は、

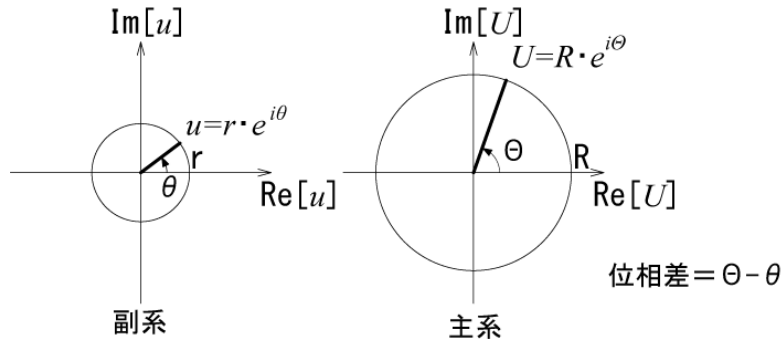


図 2.4.2 固有モードと固有モードにおける主系と副系の位相差

$$\frac{U_k}{u_k} = \frac{R_k e^{i\Theta_k}}{r_k e^{i\theta_k}} = \frac{R_k}{r_k} e^{i(\Theta_k - \theta_k)} \quad (2.4.4)$$

となる．(2.4.4)式における $(\Theta_k - \theta_k)$ を“固有値 λ_k に対する主系と副系の位相差”あるいは“固有値 λ_k に対する固有モードの位相差”とする（図 2.4.2）．

(2.4.4)式より，複素固有値 λ_k に対応する固有モードは，固有ベクトルの成分 u_k ， U_k における大きさの比 R_k/r_k と，位相差 $(\Theta_k - \theta_k)$ まだが定まり，主系と副系の成分毎の大きさ (R_k, r_k) と位相 (Θ_k, θ_k) を 1 つの値に確定させることはできない．また，この位相差 $(\Theta_k - \theta_k)$ は減衰係数 c の変化に伴い変動する．（一般的な比例減衰系における実固有モードの場合は，位相差は 0 で一定であり，固有ベクトルの成分間の大きさの比だけが系の振動にとって有意な情報であることに対し，非比例減衰系の複素固有モードにおいては，固有ベクトル成分間の大きさの比に加え，この位相差もまた有意な情報であることに対応している．）本論文では，固有モード図を示す場合，大きさについては固有ベクトルの最大の成分の値が 1 となるように正規化し，かつ，位相については最大の成分をもつ側の位相を 0（すなわち， $R_k > r_k$ の場合は $R_k = 1$ かつ $\Theta_k = 0$ ， $R_k < r_k$ の場合は $r_k = 1$ かつ $\theta_k = 0$ ）として，複素平面上に表すものとする．

固有値のグラフにおいて，ある c の値のときに，異なる 4 つの複素固有値の実部が等しくなる点（ $\text{Re}[\lambda_j] = \text{const.}$ ）あるいは虚部の絶対値が等しくなる点（ $|\text{Im}[\lambda_j]| = \text{const.}$ ），またはその両方が成立する点が存在する場合がある．この点を「重複点」と呼ぶこととする．モデル I では実部のみが，モデル II では虚部のみが，基本モデル（ $\mu\kappa=1$ ）では両方に重複点が存在している．また，非単調に変動する側の減衰定数が極値をとる点，および単調に増加する側の減衰定数が臨界減衰となる点の 2 点を境界として，グラフを 3 つの区間に分け，ダンパー減衰係数の小さい方からそれぞれ区間 A，区間 B，区間 C とする．区間 A，B は減衰振動域，区間 C は過減衰域である．

なお，重複点に相当する点が過減衰域にある場合には，重複点の定義を「4 つの実固有値が，2 組の重複固有値となる」とする（そのようにして問題がないことは 2.7.4 節の中で述べる）．またこのとき，単調に増加する側の減衰定数が臨界減衰となる点および非単調に変動する側の減衰定数が極値をとる点の 2 点を境界として，グラフを 3 つの区間に分けることができる．

連結ダンパーの減衰係数 c をパラメータとして変動させたときの固有値，減衰定数，固有円振動数，固有モードにおける主系と副系の位相差の変動を，モデル I，基本モデル（ $\mu\kappa=1$ ），モデル II，III の場合について図 2.4.3(a)~(d)に示す．

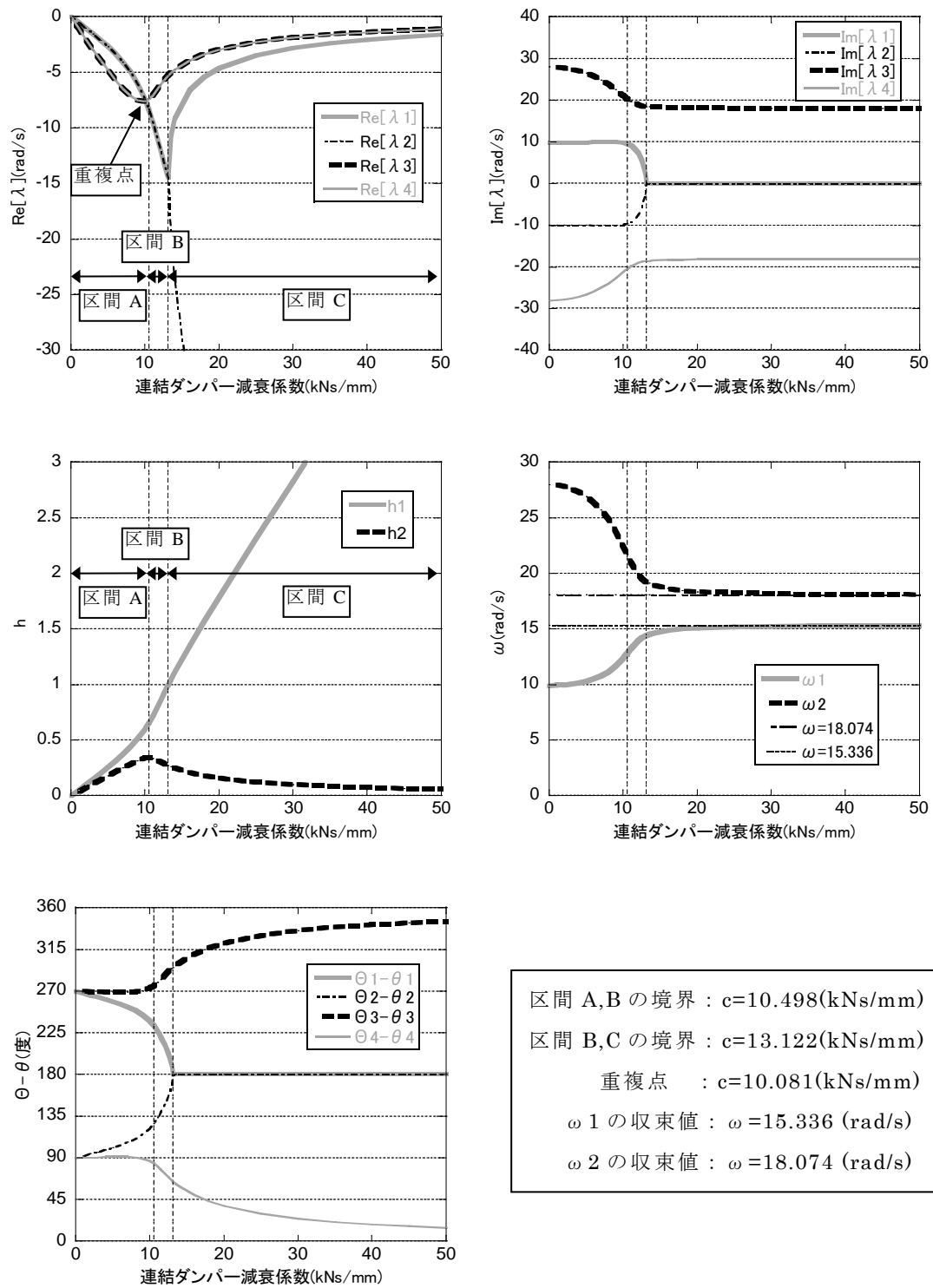


図 2.4.3(a) :

モデル I ($\mu\kappa=0.5$)における固有値 λ (実部および虚部), 減衰定数 h , 固有円振動数 ω , 固有モードにおける主系と副系の位相差 $\Theta-\theta$ の変動

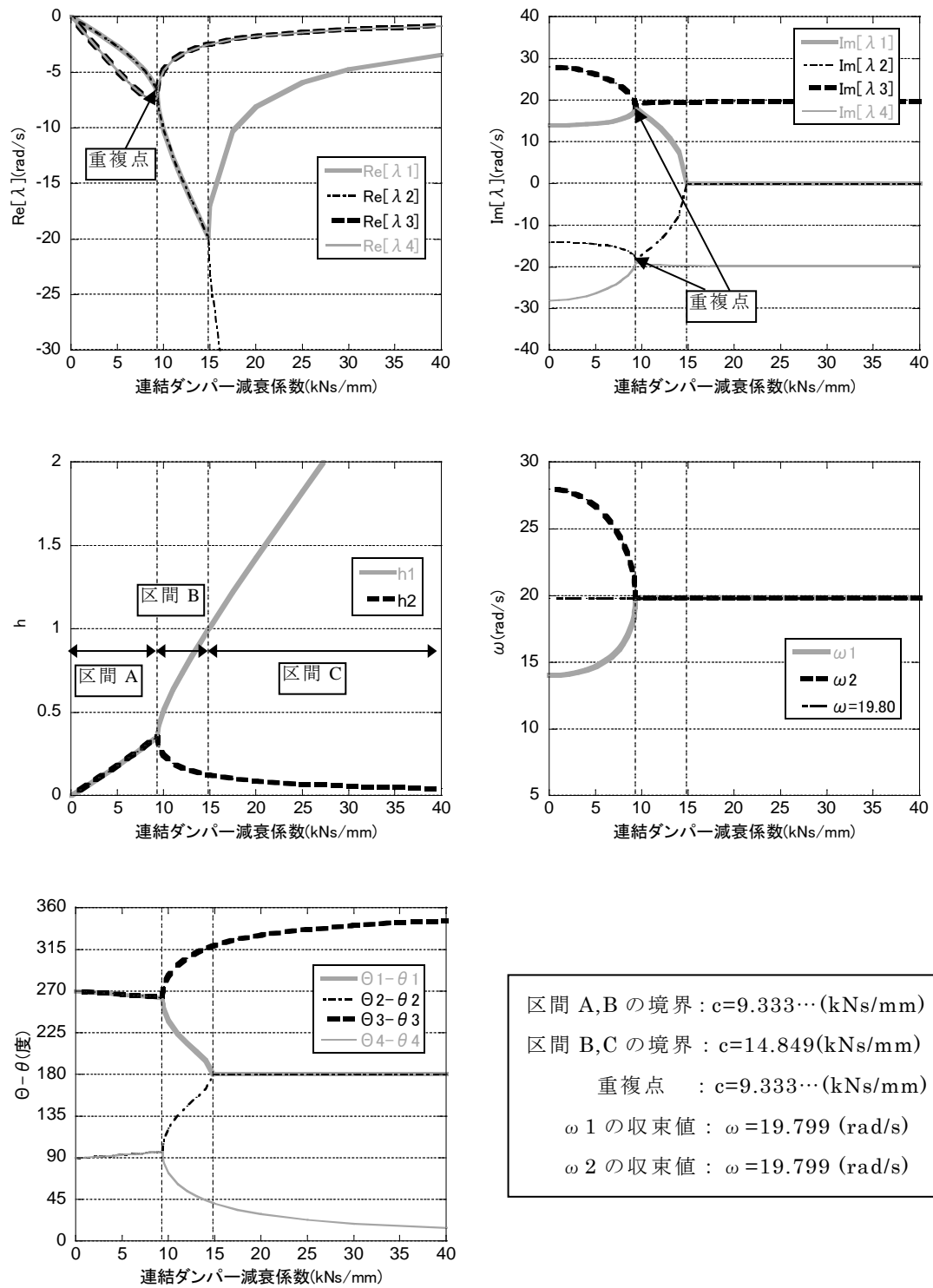


図 2.4.3(b) :

基本モデル($\mu\kappa=1.0$)における固有値 λ (実部および虚部), 減衰定数 h , 固有円振動数 ω , 固有モードにおける主系と副系の位相差 $\Theta - \theta$ の変動

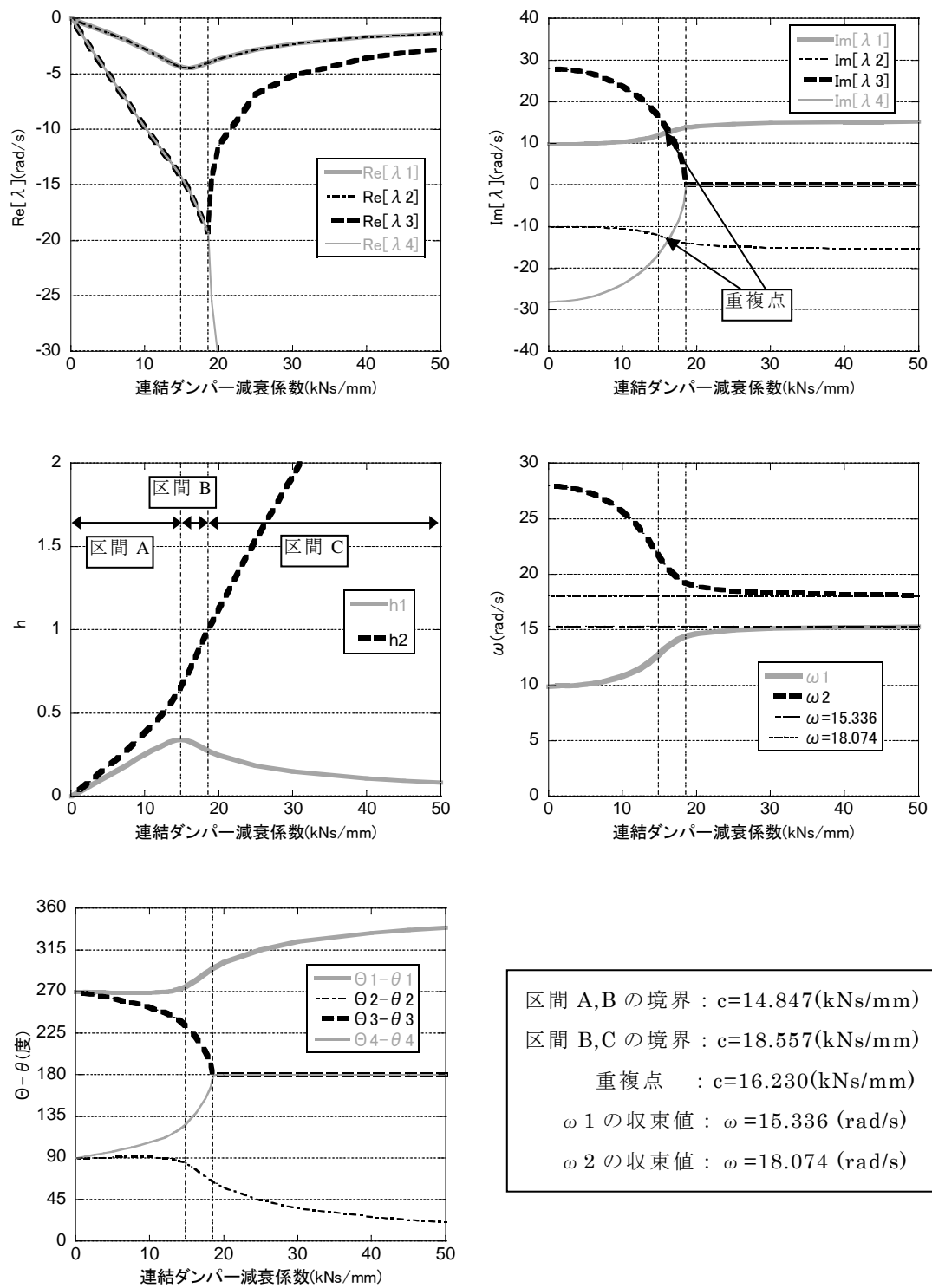


図 2.4.3(c) :

モデル II ($\mu\kappa=2.0$)における固有値 λ (実部および虚部), 減衰定数 h , 固有円振動数 ω , 固有モードにおける主系と副系の位相差 $\Theta-\theta$ の変動

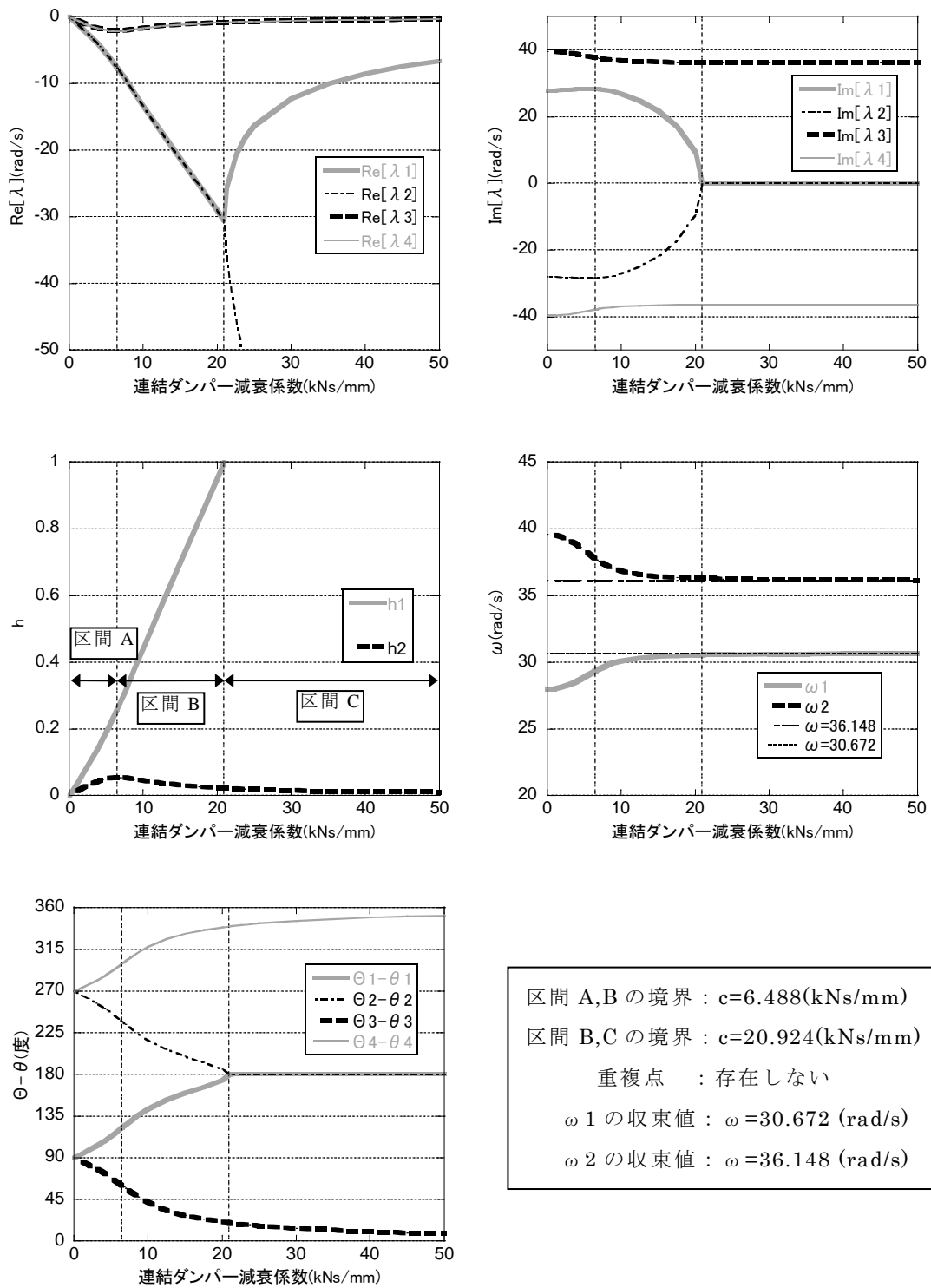
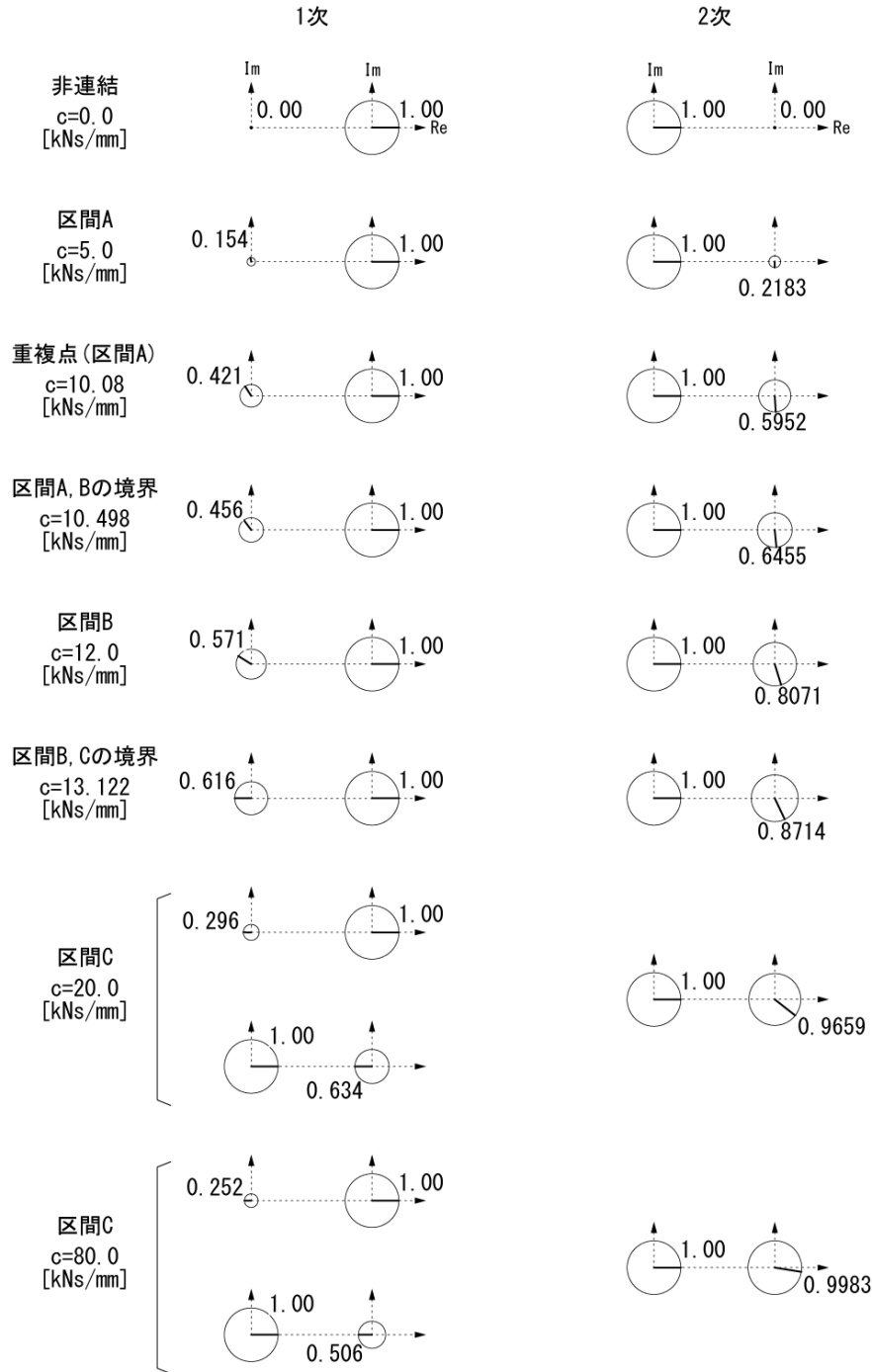


図 2.4.3(d) :

モデルⅢ ($\mu\kappa=8.0$)における固有値 λ (実部および虚部), 減衰定数 h , 固有円振動数 ω , 固有モードにおける主系と副系の位相差 $\Theta-\theta$ の変動

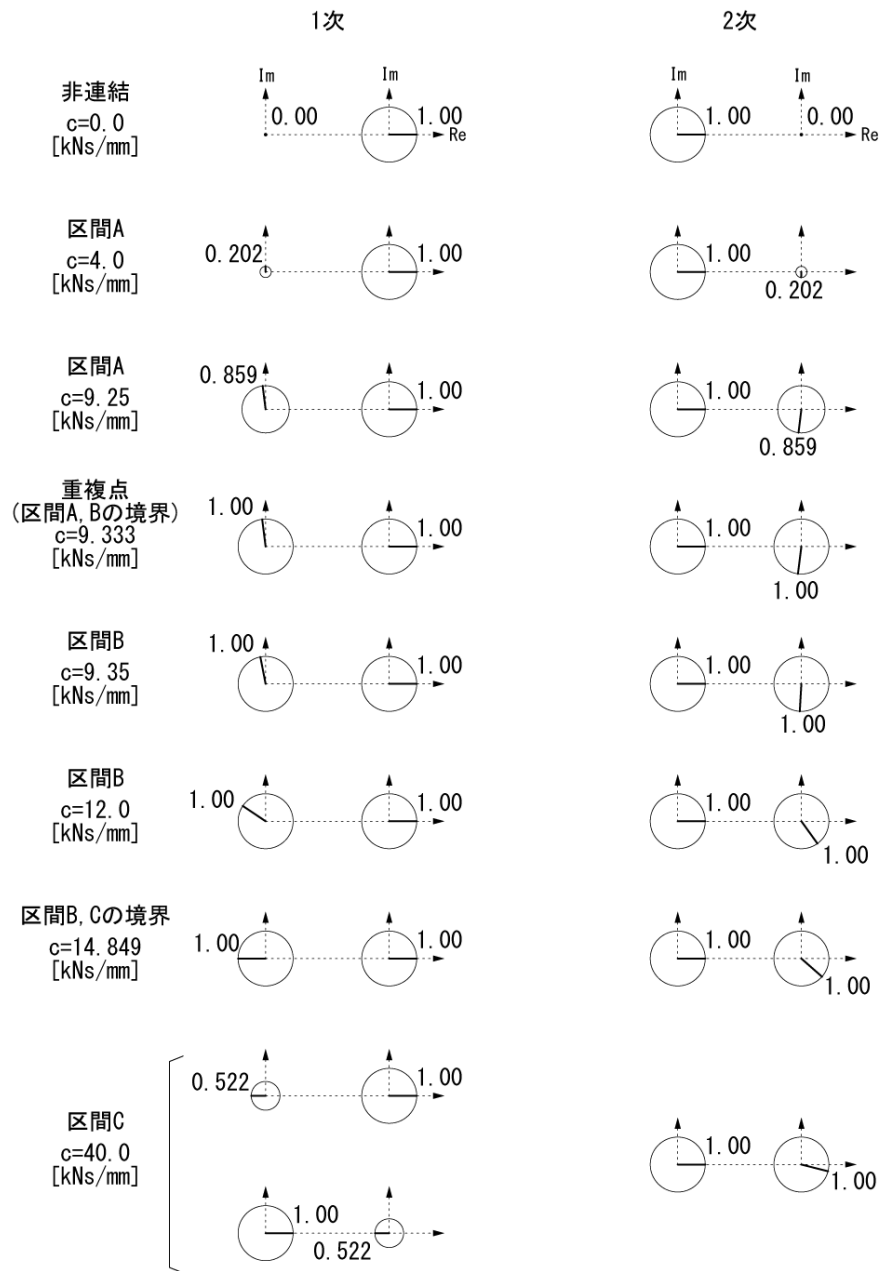
図 2.4.4(a)~(d)は，各区間のある点における固有モードを示している．

なお， r 次の固有値が複素共役な複素数 $\lambda_i^{(r)}$ ， $\lambda_j^{(r)} (= \bar{\lambda}_i^{(r)})$ で構成される場合，それぞれに対応した固有モードもまた共役の関係にあるため， r 次の固有モードについては， $\lambda_i^{(r)}$ に対応した固有モードのみを示している．



(a) モデル I ($\mu\kappa=0.5$)

図 2.4.4(a) 各区間のある点における固有モードの複素平面表示
(各図の 2 つの円は，右：主系，左：副系，数字は絶対値)



(b) 基本モデル ($\mu\kappa=1.0$)

図 2.4.4(b) 各区間のある点における固有モードの複素平面表示
(各図の 2 つの円は、右：主系、左：副系、数字は絶対値)

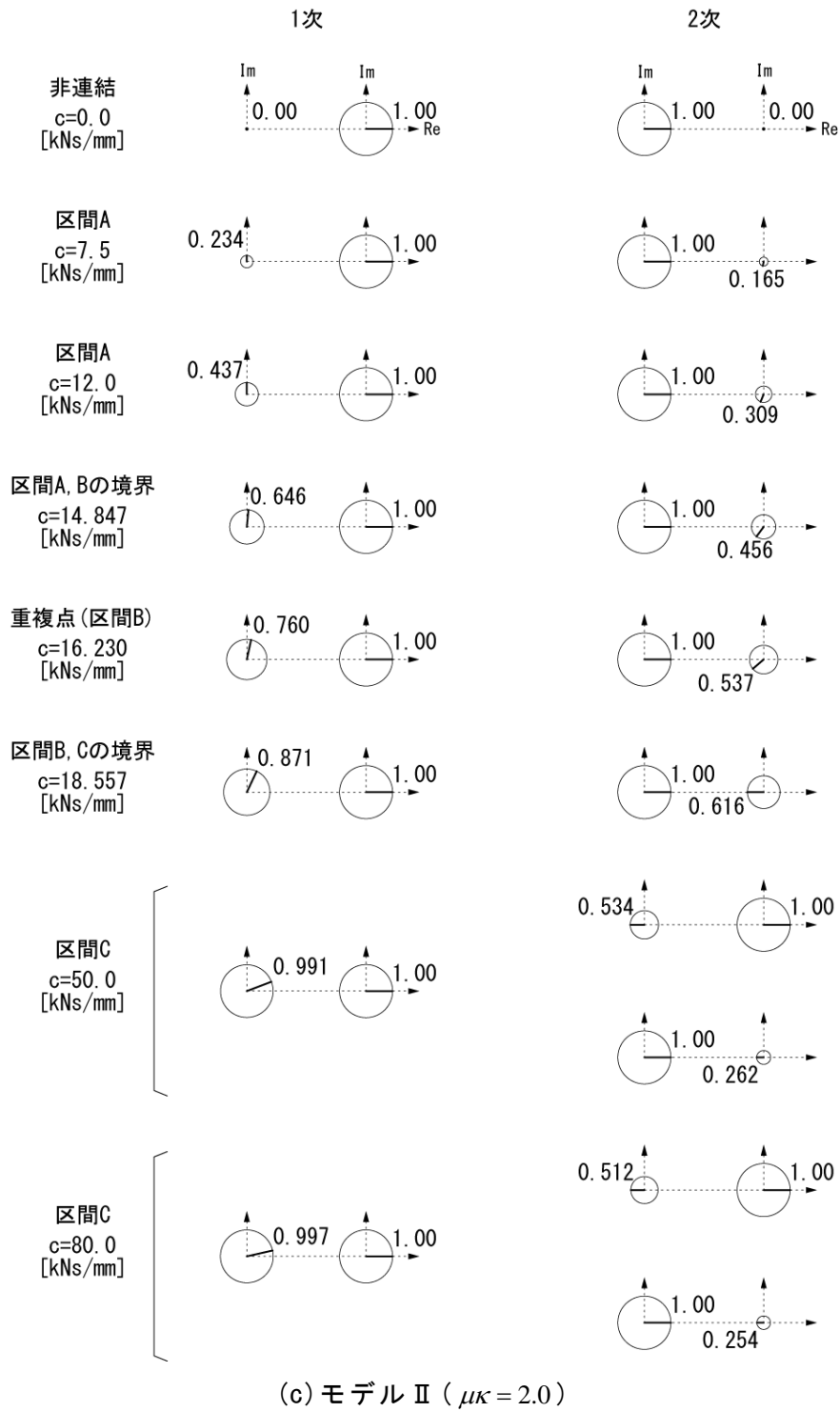


図 2.4.4(c) 各区間のある点における固有モードの複素平面表示
(各図の 2 つの円は、右：主系、左：副系、数字は絶対値)

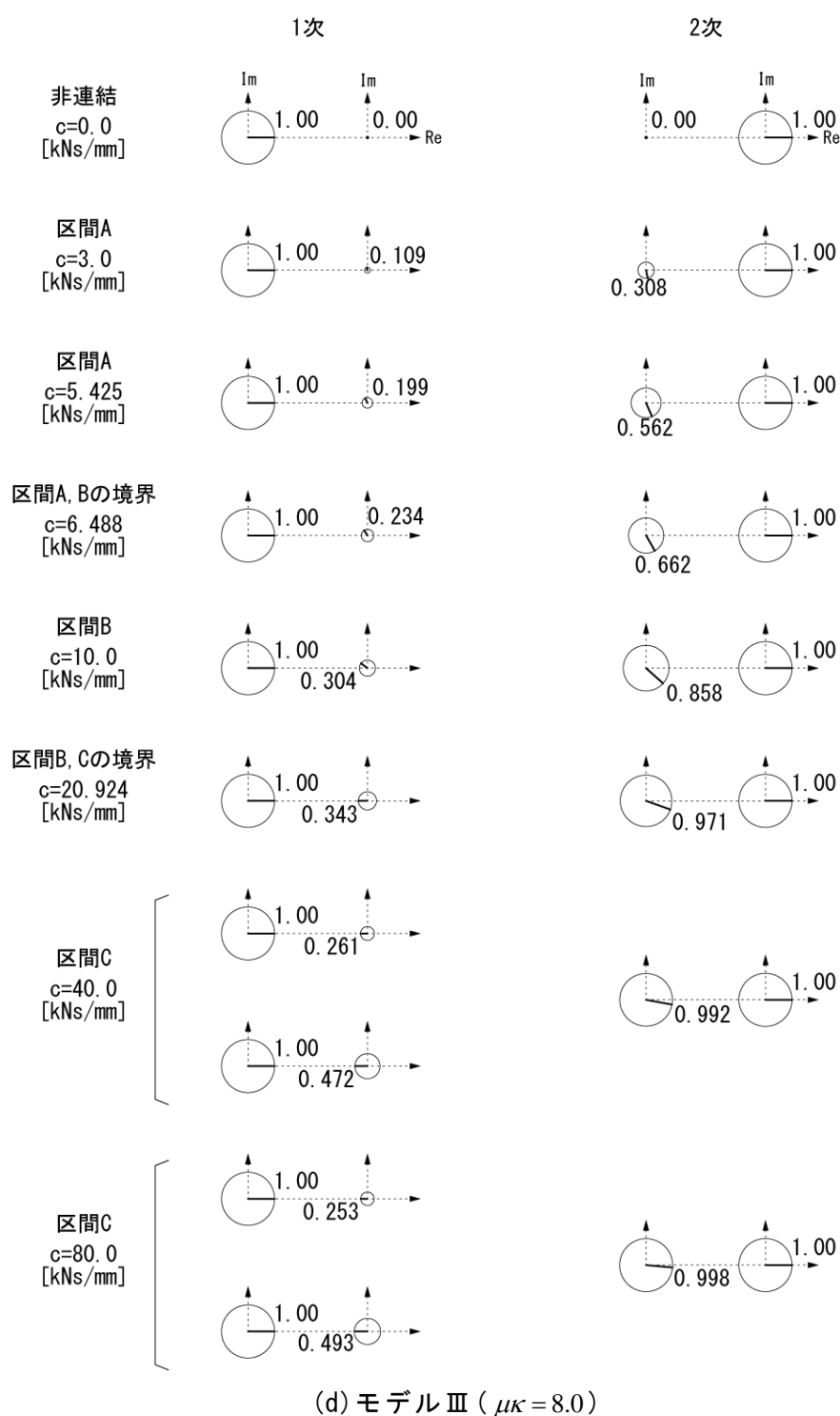


図 2.4.4(d) 各区間のある点における固有モードの複素平面表示
(各図の 2 つの円は、右：主系、左：副系、数字は絶対値)

なお、基本モデル ($\mu\kappa=1$) の区間 B,C におけるモードの次数に関しては、以下に挙げる特徴が見られる。

- (a) 図 2.4.3(b)の固有円振動数のグラフより、区間 B,C において 2 つの固有円振動数が一致し続けるため、固有円振動数の大小関係に基づいてモードの次数を定めることができない。
- (b) 図 2.4.4(b)より区間 B,C における固有モードは 1 次と 2 次の両方において主系と副系の大きさが同一となり、主体的な振動モードが主系あるいは副系のどちらであるのかを明確に定めることができない。
- (c) 図 2.4.3(b)および図 2.4.4(b)より、区間 A,B の境界である重複点では固有値が重解となり固有モードが同一形状（主系と副系の大きさの比と位相差の双方が一致）となっていることから区間 A からの連続性で 1 次と 2 次を定めることが困難。
- (d) モデル I ($\mu\kappa<1$: 領域 I) では連結ダンパー減衰係数の増大と共に 2 次モードの減衰定数が 0 へ収束していくことに対し、モデル II ($\mu\kappa>1$: 領域 II) では同じく 1 次モードの減衰定数が 0 へ収束していくが、この性質は $\mu\kappa=1$ の近傍においても成立する。

これらの特徴から、2 つの固有モードは他のモデルにおける 1 次モードと 2 次モードの両方の性質を備えている、あるいは、明確に 1 次モードあるいは 2 次モードと区別できるものではないと考えた方が適当である。

しかしながら、この基本モデルの区間 B,C にのみ 1 次あるいは 2 次とは別の語を用いては、論旨が不明瞭となるため、本論文では上記のような特徴があることを踏まえた上で、基本モデルにおける区間 B,C すなわち連結ダンパー減衰係数 c が重複点よりも大きい範囲に関しては、固有値の実部の絶対値が大きい λ に対応したモードを 1 次として定義し、議論を進めることとする。

以下では、図 2.4.3 および図 2.4.4 から読み取れる、連結ダンパー減衰係数の増大に伴う、減衰定数、固有円振動数および固有値と固有モードの変動の様相を、基本モデル ($\mu\kappa=1$) の場合とそれ以外 ($\mu\kappa\neq 1$) の場合に分けて考察する。

2.4.2 $\mu\kappa=1$ の場合の固有値・固有円振動数・減衰定数・固有モードの変動の様相

$\mu\kappa=1$ の場合、図 2.4.3(b) より、区間 A, B の境界と重複点とが一致すると予想される。各区間における減衰定数、固有円振動数および固有値は以下の性質を示す。

区間 A : $h^{(1)}=h^{(2)}(<1)$, $\omega^{(1)} \neq \omega^{(2)}$: 1 次, 2 次ともに複素固有値

区間 B : $h^{(1)} \neq h^{(2)}(<1)$, $\omega^{(1)}=\omega^{(2)}$: 1 次, 2 次ともに複素固有値

区間 C : $h^{(1)}(>1) \neq h^{(2)}(<1)$, $\omega^{(1)}=\omega^{(2)}$: 1 次が実固有値, 2 次が複素固有値

固有値は、区間 A, B では異なる 2 組の複素固有値となるが、重複点（区間 A, B の境界）においてそれらは等しい値の組となる。また、臨界減衰点（区間 B, C の境界）において、それまで共役の複素固有値（すなわち、実部が等しく虚部が 0 ではなく絶対値の等しい正負が逆のペア）であった 1 組の固有値において、虚部が 0 となる。そして、その虚部が 0 となった 1 組の固有値において、臨界減衰点を境に、以降、実部が 2 つの異なる値となり、虚部は 0 となる（すなわち 2 つの実固有値となる）。

減衰定数は、区間 A では 1 次と 2 次が等しく、 $h<1$ の領域内の重複点（区間 A, B の境界）を境に 2 つの異なる値となる（区間 B）。2 つの異なる値のうち一方は単調に減少、他方は単調に増大し、やがて $h=1$ （臨界減衰点：区間 B, C の境界）に至る。臨界減衰点を越えて以降（区間 C）は、単調に減少する一方の減衰定数は 0 に収束し、他方は過減衰域において増大し続ける。

固有円振動数は、区間 A では異なる 2 つの値が連結ダンパー減衰係数の増加に伴って近接していき、重複点（区間 A, B の境界）においてそれらは等しい値となる。重複点を越えて以降の区間 B, C では両者は等しい値となる。また、この区間 B, C での固有円振動数は、二棟を剛結したモデルの固有円振動数に等しい。

重複点における分岐の変化勾配は ∞ であるものと見られ、連結ダンパー減衰係数のわずかな変動に対して、固有値、減衰定数、固有円振動数の値は大きく変動する。

固有モードにおける二棟間の固有ベクトル成分の大きさの比と位相差は以下の性質を示す。区間 A において、二棟間の大きさの比は 1 次と 2 次で逆数の関係を保ちながら c の増大に伴いそれぞれ 1 に近づく。また、位相差は $c=0$ において $\pi/2$ （および $3\pi/2$ ）であったものが c の増大に伴い変化し続けるが、1 次と 2 次とで等しい値をとり続け、かつ共役複素数の関係にあるペアの固有値に対応する位相差の和は 2π を保つ。区間 A と区間 B の境界（すなわち重複点）において、二棟間の大きさの比は 1 次と 2 次で共に 1 となり、また位相差も等しく、すなわち 1

次と 2 次で同一の固有モードとなる．重複点を越えて区間 B において，二棟間の大きさの比は 1 次と 2 次が共に 1 であるが，位相差が 1 次と 2 次とで異なる値をとるようになり 1 次は 0（および 2π ）へ，2 次は π へと近づき区間 C との境界で 1 次が π となる．区間 C において，過減衰である 1 次は異なる 2 つの実固有モードであり，それらの位相差は π を保つ．減衰定数が 0 に収束していく 2 次モードは二棟間の大きさの比が 1 の複素固有モードをとり，二棟間の位相差は連結ダンパー減衰係数の増加に伴って 0（および 2π ）に近接していく．1 次モードのような位相差が π のモードとは，二棟が離合を繰り返すような振動モードであるので，以降本論文では位相差が π のモードを“離合モード”と呼ぶこととする．2 次モードが収束していく，位相差が 0（ 2π ）で大きさの比が 1 のモードは二棟がその距離を変化させることなく並進振動するモードであるため，以降本論文では固有モードにおける二棟間の位相差が 0（ 2π ）で大きさの比が 1 のモードを“並進モード”と呼ぶこととする．この並進モードにおける特徴は，周期運動の間に連結ダンパーに伸縮が生じないことである．非連結時の二棟に構造減衰を与えていない系では，速度を伴ったダンパーの伸縮が系に減衰をもたらすため，基本モデルにおいては，連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数の変化が重複点で分岐した後，1 次が増大，2 次が減少するものと考えられる．

2.4.3 $\mu\kappa \neq 1$ の場合の固有値・固有円振動数・減衰定数・固有モードの変動の様相

$\mu\kappa \neq 1$ の場合，図 2.4.3(a), (c) より，区間 A, B の境界と重複点とは一致しないと予想される．重複点において，モデル I（ $\mu\kappa=0.5$ ）の場合では異なる 4 つの複素固有値の実部が等しく，モデル II（ $\mu\kappa=2.0$ ）の場合では異なる 4 つの複素固有値の虚部の絶対値が等しい．また図 2.4.3(d)より，モデル III（ $\mu\kappa=8.0$ ）の場合では重複点は存在しない．

減衰定数は， $\mu\kappa=1$ の場合と異なり，区間 A ではダンパー減衰係数の増加に伴って 1 次と 2 次が大小関係を維持しながら共に単調に増加し，小さい値を示す方が区間 A, B の境界において極大を迎え以降単調に減少するが，大きい値を示す方は区間 B に入った以降も増大し続け，やがて $h=1$ （臨界減衰点：区間 B, C の境界）に至る．臨界減衰点を越えて以降（区間 C）は，単調に減少する一方の減衰定数は 0 に収束し，他方は過減衰域において増大し続ける．

固有円振動数は，区間 A では異なる 2 つの値がダンパー減衰係数の増加に伴って徐々に近接（すなわち値の大きい方が単調に減少し，小さい方が単調に増加）していくが，区間 A, B の境界付近で反曲し（すなわち減少および増加の勾配の絶対値が小さくなりはじめ），それぞれの大小関係が保たれたまま別々の値に収束する．このうち一方の値は，二棟を剛結したモデルの固有円振動数に等しく，他

方の値は，非連結時の二棟それぞれの固有円振動数の積を，二棟を剛結したモデルの固有円振動数で除したものに等しい．

固有モードは， $c=0$ において二棟間の位相差が $\pi/2$ （および $3\pi/2$ ）であったものが，区間 A,B においてペアの関係にある共役固有モードにおける位相差との和が 2π を保ちながら，一方のモードの位相差は区間 B,C の境界において π となり以降 π のままで，他方のモードの位相差は同様に共役固有モードの位相差との和を 2π を保ちながら c の増大とともに 0 （および 2π ）に近づく．また位相差が 0 （および 2π ）に近づくモードにおいては，固有ベクトル成分の大きさの比が c の増大とともに 1 へと近づく．すなわち，2つの固有モードの一方は区間 B,C の境界において離合モードに至り以降それを保ち，他方は並進モードへと向かい続ける．

重複点の誘導については 2.5 節で触れる．また，連結ダンパー減衰係数を増加させたときの減衰定数と固有円振動数の性質については 2.6 節および 3.2 節の数値例題を通して詳述する．

2.5 重複点の条件式

2.5.1 共通事項

2.2 節で導入した二棟連結制振系の基本モデルについて、図 2.4.3(a)~(c)のグラフにおける重複点, またはそれに対応する点を特徴付ける条件式について考える. それぞれのモデルにおける二棟の質量比および剛性比と, 連結ダンパー減衰係数, 二棟連結制振系の減衰定数および固有円振動数間の関係を示す.

図 2.2.1 のモデルにおける自由振動の支配式は, 固有値 λ を用いて(2.3.2)式のように表される.

$$\left| \lambda^2 \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \right| = 0 \quad (2.3.2) \text{再掲}$$

この行列式から, 4 次方程式を導き解と係数の関係を用い,

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = -\frac{(M+m)c}{Mm} \quad (2.3.4a) \text{再掲}$$

$$\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_4 + \lambda_4\lambda_1 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_4 = \frac{Mk + mK}{Mm} \quad (2.3.4b) \text{再掲}$$

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3\lambda_4 + \lambda_3\lambda_4\lambda_1 + \lambda_4\lambda_1\lambda_2 = -\frac{(K+k)c}{Mm} \quad (2.3.4c) \text{再掲}$$

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4 = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.3.4d) \text{再掲}$$

が成り立つ. ここで, 異なる 4 つの複素固有値を以下のようにおく.

$$\lambda_{1,2} = \text{Re}[\alpha] \pm \text{Im}[\alpha] \cdot i \quad (i: \text{虚数単位}) \quad (2.5.1a)$$

$$\lambda_{3,4} = \text{Re}[\beta] \pm \text{Im}[\beta] \cdot i \quad (2.5.1b)$$

(2.5.1a), (2.5.1b)式を用いて, (2.3.4a)~(2.3.4d)式は以下のように書き換えられる.

$$2(\text{Re}[\alpha] + \text{Re}[\beta]) = -\frac{(M+m)c}{Mm} \quad (2.5.2a)$$

$$\{\text{Re}[\alpha]\}^2 + \{\text{Im}[\alpha]\}^2 + \{\text{Re}[\beta]\}^2 + \{\text{Im}[\beta]\}^2 + 4\text{Re}[\alpha]\text{Re}[\beta] = \frac{Mk + mK}{Mm} \quad (2.5.2b)$$

$$2\left\{\text{Re}[\alpha]\left(\{\text{Re}[\beta]\}^2 + \{\text{Im}[\beta]\}^2\right) + \text{Re}[\beta]\left(\{\text{Re}[\alpha]\}^2 + \{\text{Im}[\alpha]\}^2\right)\right\} = -\frac{(K+k)c}{Mm} \quad (2.5.2c)$$

$$\left(\{\text{Re}[\alpha]\}^2 + \{\text{Im}[\alpha]\}^2\right)\left(\{\text{Re}[\beta]\}^2 + \{\text{Im}[\beta]\}^2\right) = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.5.2d)$$

2.5.2 $\mu\kappa < 1$ の場合

図 2.4.3(a) のグラフにおける重複点での条件を考える (モデル I) . 重複点において, 4 つの複素固有値は実部がいずれも等しいことから, $\text{Re}[\alpha] = \text{Re}[\beta]$ である. ここで, $\text{Re}[\alpha] = \text{Re}[\beta] = \text{Re}[\lambda]$ とおき直すと, (2.5.2a)~(2.5.2d) 式は以下のように書き換えられる.

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 4\text{Re}[\lambda] = -\frac{(M+m)c}{Mm} \quad (2.5.3a)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_4 + \lambda_4\lambda_1 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_4 \\ = 6\{\text{Re}[\lambda]\}^2 + \{\text{Im}[\alpha]\}^2 + \{\text{Im}[\beta]\}^2 = \frac{Mk+mK}{Mm} \end{aligned} \quad (2.5.3b)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1\lambda_2\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3\lambda_4 + \lambda_3\lambda_4\lambda_1 + \lambda_4\lambda_1\lambda_2 \\ = 2\text{Re}[\lambda]\left(2\{\text{Re}[\lambda]\}^2 + \{\text{Im}[\alpha]\}^2 + \{\text{Im}[\beta]\}^2\right) = -\frac{(K+k)c}{Mm} \end{aligned} \quad (2.5.3c)$$

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4 = \left(\{\text{Re}[\lambda]\}^2 + \{\text{Im}[\alpha]\}^2\right)\left(\{\text{Re}[\lambda]\}^2 + \{\text{Im}[\beta]\}^2\right) = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.5.3d)$$

(2.5.3a)~(2.5.3d) 式を以下の手順で c について解く.

まず (2.5.3a) 式より,

$$\{\text{Re}[\lambda]\}^2 = \frac{(M+m)^2}{16(Mm)^2} c^2 \quad (2.5.4)$$

$$\{\text{Re}[\lambda]\}^3 = -\frac{(M+m)^3}{64(Mm)^3} c^3 \quad (2.5.5)$$

(2.5.4) 式を (2.5.3b) 式に代入して,

$$\begin{aligned} \frac{3(M+m)^2}{8(Mm)^2} c^2 + \{\text{Im}[\alpha]\}^2 + \{\text{Im}[\beta]\}^2 &= \frac{Mk+mK}{Mm} \\ \therefore \{\text{Im}[\alpha]\}^2 + \{\text{Im}[\beta]\}^2 &= \frac{Mk+mK}{Mm} - \frac{3(M+m)^2}{8(Mm)^2} c^2 \end{aligned} \quad (2.5.6)$$

(2.5.6) 式を (2.5.3c) 式に代入 ($\{\text{Im}[\alpha]\}^2 + \{\text{Im}[\beta]\}^2$ を消去).

$$4\{\text{Re}[\lambda]\}^3 + 2\text{Re}[\lambda]\left(\frac{Mk+mK}{Mm} - \frac{3(M+m)^2}{8(Mm)^2} c^2\right) = -\frac{(K+k)c}{Mm}$$

これに (2.5.3a) 式と (2.5.5) 式を代入 ($\text{Re}[\lambda]$ を消去).

$$-\frac{(M+m)^3}{16(Mm)^3}c^3 - \frac{(M+m)c}{2Mm} \left(\frac{Mk+mK}{Mm} - \frac{3}{8} \frac{(M+m)^2}{(Mm)^2} c^2 \right) = -\frac{(K+k)c}{Mm}$$

この両辺に $\frac{Mm}{c}$ を乗じ、 c^2 で整理すると、

$$\Leftrightarrow \frac{(M+m)^3}{8(Mm)^2} c^2 = -(K+k) + \frac{(M+m)}{2} \left(\frac{Mk+mK}{Mm} \right)$$

$$\Leftrightarrow c^2 = \frac{8(Mm)^2}{(M+m)^3} \left\{ \frac{-2Mm(K+k) + (M+m)(Mk+mK)}{2Mm} \right\}$$

$$= \frac{4(Mm)}{(M+m)^3} \{ M^2k - MmK - Mmk + m^2k \}$$

$$= \frac{4Mm(Mk-mK)(M-m)}{(M+m)^3}$$

あるいは $M \neq m$ (すなわち $M-m > 0$) の条件の下、

$$= \frac{4Mm(Mk-mK)(M-m)^2}{(M+m)^2(M+m)(M-m)}$$

となり、重複点におけるダンパー減衰係数 c は以下の式で表すことができる。

$$c = \frac{2}{M+m} \sqrt{\frac{Mm}{M+m} (Mk-mK)(M-m)} \quad (2.5.7a)$$

あるいは $M \neq m$ (すなわち $M-m > 0$) の条件の下、

$$c = 2 \frac{M-m}{M+m} \sqrt{\frac{Mm}{M^2-m^2} (Mk-mK)}$$

$$= 2 \frac{M-m}{M+m} \sqrt{\frac{M^2 \cdot mk - m^2 \cdot MK}{M^2 - m^2}}$$

$$= 2 \frac{M-m}{M+m} \sqrt{\frac{m^3 k \mu^2}{M^2 - m^2} \{1 - (\kappa / \mu)\}} \quad (2.5.7b)$$

なお、 $\mu=1$ ($M=m$) の場合、(2.5.7a)式より $c=0$ となり、重複点は見かけ上は現れないことになるが、 $\mu=1$ ($M=m$) の場合の $c=0$ を重複点とみなしても差支えない。この理由については後述する。

次に、重複点における減衰定数 h および固有円振動数 ω について考える。

固有円振動数と固有値の定義(2.3.7)および(2.5.1),(2.5.1b)式より、

$$\left\{\omega^{(1)}\right\}^2 = \lambda_1 \lambda_2 = (\operatorname{Re}[\lambda] + i \cdot \operatorname{Im}[\alpha])(\operatorname{Re}[\lambda] - i \cdot \operatorname{Im}[\alpha]) = \left\{\operatorname{Re}[\lambda]\right\}^2 + \left\{\operatorname{Im}[\alpha]\right\}^2 \quad (2.5.8a)$$

$$\left\{\omega^{(2)}\right\}^2 = \lambda_3 \lambda_4 = (\operatorname{Re}[\lambda] + i \cdot \operatorname{Im}[\beta])(\operatorname{Re}[\lambda] - i \cdot \operatorname{Im}[\beta]) = \left\{\operatorname{Re}[\lambda]\right\}^2 + \left\{\operatorname{Im}[\beta]\right\}^2 \quad (2.5.8b)$$

この 2 式を用いると (2.5.3a)~(2.5.3d) 式はそれぞれ,

$$2\operatorname{Re}[\lambda] = -\frac{(M+m)c}{2Mm} \quad \left(\because 4\left\{\operatorname{Re}[\lambda]\right\}^2 = \frac{(M+m)^2 c^2}{4(Mm)^2} \right) \quad (2.5.9a)$$

$$4\left\{\operatorname{Re}[\lambda]\right\}^2 + \left\{\omega^{(1)}\right\}^2 + \left\{\omega^{(2)}\right\}^2 = \frac{Mk + mK}{Mm} \quad (2.5.9b)$$

$$2\operatorname{Re}[\lambda] \left(\left\{\omega^{(1)}\right\}^2 + \left\{\omega^{(2)}\right\}^2 \right) = -\frac{(K+k)c}{Mm} \quad (2.5.9c)$$

$$\left\{\omega^{(1)}\right\}^2 \left\{\omega^{(2)}\right\}^2 = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.5.9d)$$

と書き改めることができる. (2.5.9c) 式に (2.5.9a) 式を代入すると,

$$\left\{\omega^{(1)}\right\}^2 + \left\{\omega^{(2)}\right\}^2 = -\frac{2(K+k)}{(M+m)} \quad (2.5.10)$$

(2.5.9d) 式と (2.5.10) 式について解と係数の関係を適用すると, $\left\{\omega^{(1)}\right\}^2$ と $\left\{\omega^{(2)}\right\}^2$ は

それぞれ実数係数による 2 次方程式

$$X^2 - 2\frac{K+k}{M+m}X + \frac{Kk}{Mm} = 0$$

の 2 解となる. この 2 次方程式を解くと,

$$\begin{aligned} X &= \frac{K+k}{M+m} \pm \sqrt{\left(\frac{K+k}{M+m}\right)^2 - \frac{Kk}{Mm}} \\ &= \frac{K+k}{M+m} \pm \sqrt{\frac{(K+k)^2 Mm - (M+m)^2 Kk}{(M+m)^2 Mm}} \\ &= \frac{K+k}{M+m} \pm \sqrt{\frac{MmK^2 + Mmk^2 - M^2 Kk - m^2 Kk}{(M+m)^2 Mm}} \\ &= \frac{K+k}{M+m} \pm \sqrt{\frac{(MK - mk)(mK - Mk)}{(M+m)^2 Mm}} \\ &= \frac{1}{M+m} \left\{ K+k \pm \sqrt{\frac{(MK - mk)(mK - Mk)}{Mm}} \right\} \end{aligned}$$

となり, $\omega^{(1)}, \omega^{(2)}$ はそれぞれ以下の式で表すことができる.

$$\begin{aligned}
\omega^{(1)}, \omega^{(2)} &= \sqrt{\frac{1}{M+m} \left(K+k \pm \sqrt{\frac{(mk-MK)(Mk-mK)}{Mm}} \right)} \\
&= \sqrt{\frac{1}{M+m} \left(K+k \pm \sqrt{\left(k - \frac{M}{m}K \right) \left(k - \frac{m}{M}K \right)} \right)} \\
&= \sqrt{\frac{1}{M+m} \left(K+k \pm k\sqrt{(1-\mu\kappa)\{1-(\kappa/\mu)\}} \right)} \tag{2.5.11}
\end{aligned}$$

なお, 複号において, 1 次が-, 2 次が+に対応する.

先に, $\mu=1 (M=m)$ の場合は $c=0$ を重複点として考えて差支えないと述べたが, (2.5.11)式に $\mu=1$ および $M=m$ を代入すると,

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\frac{1}{M+M} \left(K+k \pm k\sqrt{(1-\kappa)(1-\kappa)} \right)} \\
&= \sqrt{\frac{1}{2M} \left(K+k \pm k \left(1 - \frac{K}{k} \right) \right)} \\
&= \sqrt{\frac{1}{2M} (K+k \pm (k-K))} \\
&= \sqrt{\frac{K}{M}} \text{ (複合-に対応: 1 次)}, \quad \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (複合+に対応: 2 次)}
\end{aligned}$$

となり, 今 $\mu\kappa < 1$ で $\mu=1$ より $\kappa < 1$ (すなわち $K < k$) であるため, $c=0$ すなわち非連結時における主系副系それぞれの固有円振動数は重複点における固有円振動数を表す(2.5.11)式を満足していることが確認できる. このことから, $\mu=1 (M=m)$ の場合は $c=0$ を重複点としてよいものとする.

また, 減衰定数と固有値の定義(2.3.8)および(2.5.1a),(2.5.1b)式より,

$$\begin{aligned}
\{h^{(1)}\}^2 &= \{-(\lambda_1 + \lambda_2) / (2\sqrt{\lambda_1\lambda_2})\}^2 = \left\{ -2\text{Re}[\lambda] / 2\sqrt{\{\omega^{(1)}\}^2} \right\}^2 = \{\text{Re}[\lambda]\}^2 / \{\omega^{(1)}\}^2 \\
\{h^{(2)}\}^2 &= \{-(\lambda_3 + \lambda_4) / (2\sqrt{\lambda_3\lambda_4})\}^2 = \left\{ -2\text{Re}[\lambda] / 2\sqrt{\{\omega^{(2)}\}^2} \right\}^2 = \{\text{Re}[\lambda]\}^2 / \{\omega^{(2)}\}^2
\end{aligned}$$

が得られ, これに(2.5.9a)式を代入すると,

$$\{h^{(1)}\}^2 = \frac{(M+m)^2}{16(Mm)^2} c^2 \frac{1}{\{\omega^{(1)}\}^2}$$

$$\{h^{(2)}\}^2 = \frac{(M+m)^2}{16(Mm)^2} c^2 \frac{1}{\{\omega^{(2)}\}^2}$$

となり，さらに，(2.5.7)式と(2.5.11)式を代入すると，

$$\begin{aligned} \{h^{(1)}\}^2, \{h^{(2)}\}^2 &= \frac{(M+m)^2}{16(Mm)^2} \cdot \frac{4Mm(Mk-mK)(M-m)}{(M+m)^3} \cdot \frac{M+m}{K+k \pm \sqrt{\frac{(MK-mk)(mK-Mk)}{Mm}}} \\ &= \frac{(Mk-mK)(M-m)}{4Mm \left\{ K+k \pm \sqrt{\frac{(MK-mk)(mK-Mk)}{Mm}} \right\}} \\ &= \frac{(Mk-mK)(M-m)}{4 \left\{ Mm(K+k) \pm \sqrt{Mm(MK-mk)(mK-Mk)} \right\}} \end{aligned}$$

となり， $h^{(1)}, h^{(2)}$ はそれぞれ以下の式で表すことができる．

$$\begin{aligned} h^{(1)}, h^{(2)} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(M-m)(Mk-mK)}{Mm(K+k) \pm \sqrt{Mm(mk-MK)(Mk-mK)}}} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(M-m)Mk\{1-(\kappa/\mu)\}}{Mm(K+k) \pm Mmk\sqrt{(1-\mu\kappa)\{1-(\kappa/\mu)\}}}} \end{aligned} \quad (2.5.12)$$

ここでも複号において，1次が－，2次が＋に対応する．また， $M=m$ での減衰定数は $h^{(1)}, h^{(2)}=0$ となり， $c=0$ すなわち非連結時における主系副系それぞれの減衰定数は重複点における減衰定数を表す(2.5.12)式を満足することが確認できる．

(2.5.11)，(2.5.12)式から， $\mu\kappa=1$ と $\mu=\kappa$ が領域を特徴づける関係式であることが理解され，(2.5.11)，(2.5.12)式の根号内の表現から， $\mu\kappa<1$ の場合には， $\mu>\kappa$ となる必要がある（後述の図 2.6.1 の領域 I に対応）．また，(2.5.12)式から，1次の減衰定数は2次よりも大きいことがわかる．

2.5.3 基本モデル($\mu\kappa=1$)の場合

図 2.4.3(b)のグラフにおける重複点での条件を考える．重複点において，4つの複素固有値は実部および虚部の絶対値がいずれも等しいことから， $\text{Re}[\alpha]=\text{Re}[\beta]$ かつ $\text{Im}[\alpha]=\text{Im}[\beta]$ である．ここで，それぞれを $\text{Re}[\alpha]=\text{Re}[\beta]=\text{Re}[\lambda]$ ， $\text{Im}[\alpha]=\text{Im}[\beta]=\text{Im}[\lambda]$ とおき直すと，(2.3.4a)～(2.3.4d)式は以下のように書き換えられる．

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 4\text{Re}[\lambda] = -\frac{(M+m)c}{Mm} \quad (2.5.13a)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_4 + \lambda_4\lambda_1 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_4 \\ = 6\{\operatorname{Re}[\lambda]\}^2 + 2\{\operatorname{Im}[\lambda]\}^2 = \frac{Mk + mK}{Mm} \end{aligned} \quad (2.5.13b)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1\lambda_2\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3\lambda_4 + \lambda_3\lambda_4\lambda_1 + \lambda_4\lambda_1\lambda_2 \\ = 4\operatorname{Re}[\lambda]\left(\{\operatorname{Re}[\lambda]\}^2 + \{\operatorname{Im}[\lambda]\}^2\right) = -\frac{(K+k)c}{Mm} \end{aligned} \quad (2.5.13c)$$

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4 = \left(\{\operatorname{Re}[\lambda]\}^2 + \{\operatorname{Im}[\lambda]\}^2\right)^2 = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.5.13d)$$

さらに, $\mu\kappa=1$ であるので,

$$\mu\kappa = \frac{MK}{mk} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad MK = mk \quad (2.5.14)$$

である. まず(2.5.13a)式より,

$$\operatorname{Re}[\lambda] = -\frac{(M+m)c}{4Mm} \quad \left(\because \{\operatorname{Re}[\lambda]\}^2 = \frac{(M+m)^2 c^2}{16(Mm)^2} \right) \quad (2.5.15)$$

を(2.5.13b)式に代入し,

$$\begin{aligned} \frac{3(M+m)^2 c^2}{8(Mm)^2} + 2\{\operatorname{Im}[\lambda]\}^2 &= \frac{Mk + mK}{Mm} \\ \Leftrightarrow \{\operatorname{Im}[\lambda]\}^2 &= \frac{Mk + mK}{2Mm} - \frac{3(M+m)^2 c^2}{16(Mm)^2} \end{aligned} \quad (2.5.16)$$

これら(2.5.15)式と(2.5.16)式を(2.5.13c)式に代入すると,

$$\begin{aligned} -\frac{(M+m)c}{Mm} \left\{ \frac{(M+m)^2 c^2}{16(Mm)^2} + \frac{Mk + mK}{2Mm} - \frac{3(M+m)^2 c^2}{16(Mm)^2} \right\} &= -\frac{(K+k)c}{Mm} \\ \Leftrightarrow -\frac{(M+m)^2}{8(Mm)^2} c^2 + \frac{Mk + mK}{2Mm} &= \frac{(K+k)}{(M+m)} \\ \Leftrightarrow c^2 &= -8 \frac{(Mm)^2}{(M+m)^2} \left\{ \frac{K+k}{M+m} - \frac{Mk + mK}{2Mm} \right\} \\ &= -8 \frac{(Mm)^2}{(M+m)^2} \left\{ \frac{2MmK + 2Mmk - M^2k - MmK - Mmk - m^2K}{2Mm(M+m)} \right\} \end{aligned}$$

ここで(2.5.14)式の条件を用いると,

$$\begin{aligned}
&= -8 \frac{(Mm)^2}{(M+m)^2} \left\{ \frac{MK(M+m) - M^2k - m^2K}{2Mm(M+m)} \right\} \\
&= -4 \frac{Mm \{MK(M+m) - M^2k - m^2K\}}{(M+m)^3} \\
&= -4 \frac{MK(M^2m + Mm^2) - M^3mk - Mm^3K}{(M+m)^3}
\end{aligned}$$

再び(2.5.14)式の条件を用い,

$$\begin{aligned}
&= -4 \frac{MK(M^2m + Mm^2 - M^3 - m^3)}{(M+m)^3} \\
&= 4MK \frac{M^2(M-m) - m^2(M-m)}{(M+m)^3} \\
&= 4MK \frac{(M-m)(M+m)(M-m)}{(M+m)^3} \\
&= 4MK \frac{(M-m)^2}{(M+m)^2}
\end{aligned}$$

と整理できる．従って重複点における連結ダンパー減衰係数 c は以下の式で表すことができる．

$$c = 2 \frac{M-m}{M+m} \sqrt{MK} = 2 \frac{M-m}{M+m} \sqrt{mk} \quad (2.5.17)$$

次に，重複点における減衰定数 h および固有円振動数 ω について考える．固有円振動数を表す(2.3.7)式および固有値を表す(2.5.1a),(2.5.1b)式，さらに重複条件 $\text{Re}[\alpha] = \text{Re}[\beta] = \text{Re}[\lambda]$ ，および， $\text{Im}[\alpha] = \text{Im}[\beta] = \text{Im}[\lambda]$ より

$$\{\omega^{(1)}\}^2 = \lambda_1 \lambda_2 = (\text{Re}[\lambda] + i \cdot \text{Im}[\lambda])(\text{Re}[\lambda] - i \cdot \text{Im}[\lambda]) = \{\text{Re}[\lambda]\}^2 + \{\text{Im}[\lambda]\}^2 \quad (2.5.18a)$$

$$\{\omega^{(2)}\}^2 = \lambda_3 \lambda_4 = (\text{Re}[\lambda] + i \cdot \text{Im}[\lambda])(\text{Re}[\lambda] - i \cdot \text{Im}[\lambda]) = \{\text{Re}[\lambda]\}^2 + \{\text{Im}[\lambda]\}^2 \quad (2.5.18b)$$

従って，重複点における固有円振動数 ω は，1次と2次が共に等しく，

$$\omega = \sqrt{\{\text{Re}[\lambda]\}^2 + \{\text{Im}[\lambda]\}^2} \quad (2.5.19)$$

(2.5.13c)式より，

$$\{\text{Re}[\lambda]\}^2 + \{\text{Im}[\lambda]\}^2 = -\frac{1}{4\text{Re}[\lambda]} \frac{(K+k)c}{Mm} \quad (2.5.20)$$

また, (2.5.13a)式より,

$$\frac{1}{4\text{Re}[\lambda]} = -\frac{Mm}{(M+m)c} \quad (2.5.21)$$

(2.5.20)式と(2.5.21)式を(2.5.19)式に代入して,

$$\omega = \sqrt{\{\text{Re}[\lambda]\}^2 + \{\text{Im}[\lambda]\}^2} = \sqrt{\frac{K+k}{M+m}} \quad (2.5.22)$$

が得られる. この固有円振動数は, 質量が $(M+m)$, 剛性が $(K+k)$ である非減衰 1 質点系の固有円振動数に等しい. 連結制振系において連結ダンパー減衰係数 c を無限大にすることで二棟を剛結状態にした場合, すなわち, 質量が $(M+m)$ で剛性が $(K+k)$ である状態と等価になるため, 固有円振動数が $\sqrt{(K+k)/(M+m)}$ となることは容易に想像がつくが, 連結ダンパー減衰係数 c が有限の値において無限大の場合と同一の固有円振動数となることは, $\mu\kappa=1$ (基本モデル) における大きな特徴の一つと言える.

減衰定数 h を表す(2.3.8)式および固有値を表す(2.5.1a),(2.5.1a)式, さらに重複条件 $\text{Re}[\alpha]=\text{Re}[\beta]=\text{Re}[\lambda]$, および, $\text{Im}[\alpha]=\text{Im}[\beta]=\text{Im}[\lambda]$ より,

$$h^{(1)} = -(\lambda_1 + \lambda_2) / (2\sqrt{\lambda_1\lambda_2}) = -2\text{Re}[\lambda] / 2\sqrt{\{\omega^{(1)}\}^2} = \text{Re}[\lambda] / \omega^{(1)} \quad (2.5.23a)$$

$$h^{(2)} = -(\lambda_3 + \lambda_4) / (2\sqrt{\lambda_3\lambda_4}) = -2\text{Re}[\lambda] / 2\sqrt{\{\omega^{(2)}\}^2} = \text{Re}[\lambda] / \omega^{(2)} \quad (2.5.23b)$$

で, $\{\omega^{(1)}\}^2 = \{\omega^{(2)}\}^2 = \{\omega\}^2$ より, 減衰定数もまた重複点において 1 次と 2 次共に等しく,

$$h = -\frac{\text{Re}[\lambda]}{\sqrt{\{\text{Re}[\lambda]\}^2 + \{\text{Im}[\lambda]\}^2}} \quad (2.5.24)$$

これに, (2.5.15)式(2.5.17)式(2.5.22)式を代入すると,

$$\begin{aligned} h &= \frac{(M+m)c}{\sqrt{\frac{4Mm}{K+k}}} = \frac{M+m}{4Mm} \cdot 2 \frac{M-m}{M+m} \sqrt{MK} \cdot \sqrt{\frac{M+m}{K+k}} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(M-m)(M-m)MK(M+m)}{MmMm(K+k)}} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(M^2-m^2)(k-K)}{Mm(K+k)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M^2 k - M(MK) - m^2 k + m^2 K}{m(MK) + Mmk}} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(M^2 k - Mmk - m^2 k + m^2 K)}{mmk + Mmk}} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M^2 k + m^2 K - mk(M + m)}{mk(m + M)}} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M^2 + m^2 K / k - m(M + m)}{m(m + M)}} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(M/m)^2 + K / k - (M/m + 1)}{(1 + M / m)}} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu^2 + \kappa - (\mu + 1)}{(1 + \mu)}} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(1/\kappa)^2 + \kappa - (1/\kappa + 1)}{(1 + 1/\kappa)}} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + \kappa^3 - \kappa - \kappa^2}{\kappa^2 + \kappa}} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\kappa + 1)(1 - \kappa)^2}{\kappa(\kappa + 1)}} \\
&= \frac{1 - \kappa}{2\sqrt{\kappa}} \tag{2.5.25}
\end{aligned}$$

が得られる。

固有円振動数(2.5.22)式および減衰定数(2.5.25)式の最終項は，固有値が実数であるか複素数であるかにかかわらず成り立つ式であるが，最終項へ至る変形は重複点における固有値が複素数，すなわち重複点における減衰定数が 1 以下の場合にのみ成り立つ。

重複点における減衰定数が 1 となる条件を(2.5.25)式より整理すると，以下の式となる。

$$\begin{aligned}
h=1 &\Leftrightarrow 4\kappa = \kappa^2 - 2\kappa + 1 \\
\therefore \kappa &= 3 - 2\sqrt{2}, \mu = 3 + 2\sqrt{2} \quad (\because \mu\kappa = 1 \text{ かつ } \mu \geq 1) \tag{2.5.26}
\end{aligned}$$

境界 $\mu\kappa=1$ 上では， μ の値の増加に伴って重複点における減衰定数は増加する傾

向にあり（例えば3章の図 3.2 参照），(2.5.26)式より $\mu > 3 + 2\sqrt{2}$ において $h > 1$ となる．この範囲での重複点における実固有値は完全に重複するのではなく，2組の重複した実固有値に分けられることになる．このことの証明は 2.7.4 節にて述べる．

また $\mu\kappa \neq 1$ の場合，重複点における非単調に変動する減衰定数が過減衰となる範囲は，本研究で扱う $\mu (\geq 1)$ および $\kappa (> 0)$ の値の領域に存在しないため，(2.5.26)式を境界として固有値の性質が分かれることはない．

2.5.4 $\mu\kappa > 1$ の場合

図 2.4.3(c)のグラフにおける重複点での条件を考える．重複点において，4つの複素固有値は虚部の絶対値がいずれも等しいことから， $\text{Im}[\alpha] = \text{Im}[\beta]$ である．ここで， $\text{Im}[\alpha] = \text{Im}[\beta] = \text{Im}[\lambda]$ とおき直すと，(2.5.2a)~(2.5.2d)式は以下のように書き換えられる．

$$2(\text{Re}[\alpha] + \text{Re}[\beta]) = -\frac{(M+m)c}{Mm} \quad (2.5.27a)$$

$$(\text{Re}[\alpha] + \text{Re}[\beta])^2 + 2(\text{Re}[\alpha]\text{Re}[\beta] + \{\text{Im}[\lambda]\}^2) = \frac{Mk + mK}{Mm} \quad (2.5.27b)$$

$$2(\text{Re}[\alpha] + \text{Re}[\beta])(\text{Re}[\alpha]\text{Re}[\beta] + \{\text{Im}[\lambda]\}^2) = -\frac{(K+k)c}{Mm} \quad (2.5.27c)$$

$$(\{\text{Re}[\alpha]\}^2 + \{\text{Im}[\lambda]\}^2)(\{\text{Re}[\beta]\}^2 + \{\text{Im}[\lambda]\}^2) = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.5.27d)$$

(2.5.27a)~(2.5.27d)式を c について解く．(2.5.27a)式より，

$$(\text{Re}[\alpha] + \text{Re}[\beta]) = -\frac{(M+m)c}{2Mm} \quad (2.5.28)$$

$$\therefore (\text{Re}[\alpha] + \text{Re}[\beta])^2 = \frac{(M+m)^2 c^2}{4(Mm)^2} \quad (2.5.29)$$

まず，(2.5.28)式を(2.5.27c)式に代入し，

$$-\frac{(M+m)c}{Mm}(\text{Re}[\alpha]\text{Re}[\beta] + \{\text{Im}[\lambda]\}^2) = -\frac{(K+k)c}{Mm}$$

$$\Leftrightarrow \text{Re}[\alpha]\text{Re}[\beta] + \{\text{Im}[\lambda]\}^2 = \frac{K+k}{M+m} \quad (2.5.30)$$

次に，(2.5.29)式と(2.5.30)式を(2.5.27b)式に代入すると，

$$\frac{(M+m)^2 c^2}{4(Mm)^2} + 2\frac{K+k}{M+m} = \frac{Mk + mK}{Mm}$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow c^2 &= \frac{4(Mm)^2}{(M+m)^2} \left\{ \frac{Mk+mK}{Mm} - 2 \frac{K+k}{M+m} \right\} \\
&= \frac{4(Mm)^2}{(M+m)^2} \cdot \frac{(Mk+mK)(M+m) - 2Mm(K+k)}{Mm(M+m)} \\
&= \frac{4(Mm)^2}{(M+m)^2} \cdot \frac{(Mk-mK)(M-m)}{Mm(M+m)} \\
&= \frac{4Mm}{(M+m)^2} \cdot \frac{(Mk-mK)(M-m)^2}{(M+m)(M-m)} \\
&= \frac{4(M-m)^2}{(M+m)^2} \cdot \frac{Mm(Mk-mK)}{(M+m)(M-m)}
\end{aligned}$$

となり，重複点におけるダンパー減衰係数 c は，

$$\begin{aligned}
c &= 2 \frac{M-m}{M+m} \sqrt{\frac{Mm}{M^2-m^2} (Mk-mK)} \\
&= 2 \frac{M-m}{M+m} \sqrt{\frac{M^2 \cdot mk - m^2 \cdot MK}{M^2-m^2}} \\
&= 2 \frac{M-m}{M+m} \sqrt{\frac{m^3 k \mu^2}{M^2-m^2} \{1 - (\kappa / \mu)\}} \quad (2.5.7) \text{と同じ}
\end{aligned}$$

となり， $\mu\kappa < 1$ の場合の(2.5.7)式と同様に表すことができる(モデルⅡ)．ただし，

$$1 - \frac{\kappa}{\mu} < 0 \Leftrightarrow \mu < \kappa \quad (2.5.31)$$

となるような領域では(2.5.7)式は実数解をもたない．よって， $\mu < \kappa$ の領域(モデルⅢ)において重複点は存在しない．

2.6 連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合の固有円振動数と固有値・固有モード

本節では連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合に固有値をはじめとする固有振動に関する基本諸量がどのような特徴を有しているかを考える。

2.6.1 連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合の固有円振動数

連結ダンパー減衰係数 c が無限大の場合、静的な加力時（すなわち二棟が速度を伴わずに変形を生じる場合）を除き、二棟を連結する要素の剛性が無限大であることと同意となり、これは連結系が、質量が $M+m$ で剛性が $K+k$ の比減衰 1 質点系と同等の振動系となることを意味する。また、その場合の連結系としての固有モードについては後述するが、二棟間の距離に変動がないことから二棟が並進した振動モードであることは容易に想像がつく。以降本論文では、このモードを並進モードと呼ぶ。その固有円振動数を ω_{tr} とすれば、

$$\omega_{tr} = \sqrt{\frac{K+k}{M+m}} \quad (2.6.1)$$

である。添字 tr は並進を意味する translation から用いた。2.3 節で示した 4 つの固有値のうち、この振動モードに対応する固有値の組合せを λ_1 と λ_2 とすれば、

$$\lambda_1 \lambda_2 = \frac{K+k}{M+m} \quad (2.6.2)$$

である。これを(2.3.4d)式に代入すると、残りの固有値 λ_3 と λ_4 は、

$$\frac{K+k}{M+m} \lambda_3 \lambda_4 = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.6.3)$$

となるため、固有値 λ_3 と λ_4 の組合せに対応したモードの固有円振動数を ω_{mp} とすると、

$$\lambda_3 \lambda_4 = \left(\frac{Kk}{Mm} \right) / \left(\frac{K+k}{M+m} \right) = (\omega_{mp})^2 \quad (2.6.4)$$

となり、従って、

$$\omega_{mp} = \sqrt{\frac{Kk/Mm}{(K+k)/(M+m)}} = (\sqrt{K/M} \cdot \sqrt{k/m}) / \sqrt{(K+k)/(M+m)} \quad (2.6.5)$$

となる。分子の $\sqrt{K/M}$ および $\sqrt{k/m}$ はそれぞれ非連結時の主系と副系単独での固有円振動数である。この固有円振動数 ω_{mp} に対応する固有モードについては、詳しくは後述するが、固有モードにおける二棟の位相差は π (180 度) であり、二棟が離合を繰り返すモードであるから、以降本論文ではこれを離合モードと呼ぶ。添字 mp は離合を意味する meeting and parting に由来する。

次に、 ω_{tr} と ω_{mp} の大小関係について考える。それぞれを 2 乗すると

$$(\omega_{tr})^2 = \frac{K+k}{M+m} = \frac{k(1+\kappa)}{m(1+\mu)} \quad (2.6.6)$$

$$(\omega_{mp})^2 = \frac{Kk}{Mm} \cdot \frac{M+m}{K+k} = \frac{k\kappa}{m\mu} \cdot \frac{k}{m} \cdot \frac{m(1+\mu)}{k(1+\kappa)} = \frac{k}{m} \cdot \frac{(1+\mu)}{\mu} \cdot \frac{\kappa}{(1+\kappa)} \quad (2.6.7)$$

である．この両者の差をとると，

$$\begin{aligned} (\omega_{tr})^2 - (\omega_{mp})^2 &= \frac{k(1+\kappa)}{m(1+\mu)} - \frac{k}{m} \cdot \frac{(1+\mu)}{\mu} \cdot \frac{\kappa}{(1+\kappa)} \\ &= \frac{k}{m} \left\{ \frac{1+\kappa}{1+\mu} - \frac{1+\mu}{\mu} \cdot \frac{\kappa}{1+\kappa} \right\} \\ &= \frac{k}{m} \cdot \frac{\mu(1+\kappa)^2 - \kappa(1+\mu)^2}{\mu(1+\mu)(1+\kappa)} \\ &= \frac{k}{m} \cdot \frac{\mu(1+2\kappa+\kappa^2) - \kappa(1+2\mu+\mu^2)}{\mu(1+\mu)(1+\kappa)} \\ &= \frac{k}{m} \cdot \frac{(\mu-\kappa) - \mu\kappa(\mu-\kappa)}{\mu(1+\mu)(1+\kappa)} \\ &= \frac{k}{m} \cdot \frac{(\mu-\kappa)(1-\mu\kappa)}{\mu(1+\mu)(1+\kappa)} \end{aligned} \quad (2.6.8)$$

となる．ここで， $m>0, k>0, \mu \geq 1, \kappa>0$ であるから，(2.6.8)式の正負は分子における $(\mu-\kappa)$ と $(1-\mu\kappa)$ の積の正負で決まる．このことから $\mu=\kappa$ と $\mu\kappa=1$ が ω_{tr} と ω_{mp} の大小関係に関する領域分類の境界を与えていることが確認できる．まとめると，

(i) $\mu\kappa<1$ かつ $\mu>\kappa$ の場合

$$(2.6.8)\text{式は} >0 \text{となり， } (\omega_{tr})^2 > (\omega_{mp})^2 \quad \therefore \omega_{tr} > \omega_{mp}$$

(ii) $\mu\kappa>1$ かつ $\mu>\kappa$ の場合

$$(2.6.8)\text{式は} <0 \text{となり， } (\omega_{tr})^2 < (\omega_{mp})^2 \quad \therefore \omega_{mp} > \omega_{tr}$$

(iii) $\mu\kappa>1$ かつ $\mu<\kappa$ の場合

$$(2.6.8)\text{式は} >0 \text{となり， } (\omega_{tr})^2 > (\omega_{mp})^2 \quad \therefore \omega_{tr} > \omega_{mp}$$

(iv) $\mu\kappa=1$ の場合

$$1-\mu\kappa=0 \text{であるから， } (2.6.8)\text{式は} =0 \text{となり， } (\omega_{tr})^2 = (\omega_{mp})^2 \quad \therefore \omega_{tr} = \omega_{mp}$$

(v) $\mu=\kappa$ の場合

$$\mu-\kappa=0 \text{であるから， } (2.6.8)\text{式は} =0 \text{となり， } (\omega_{tr})^2 = (\omega_{mp})^2 \quad \therefore \omega_{tr} = \omega_{mp}$$

の場合分けが可能となる．これを図示したものが図 2.6.1 である．

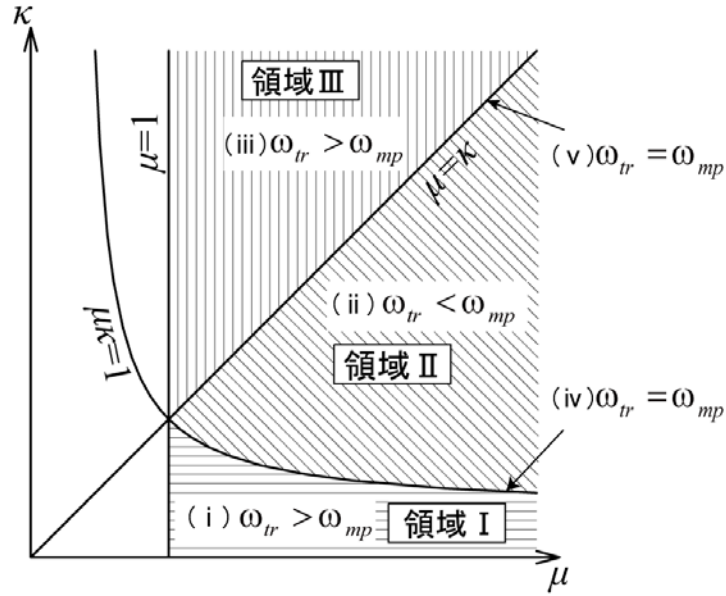


図 2.6.1 μ と κ による領域分け図

2.6.2 連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合の固有値

連結ダンパー減衰係数 c が無限大の場合の固有値について考える. 2.3 節において, 二棟連結系の固有振動方程式である (2.3.3) 式が

$$(\lambda^2 + p\lambda + q)(\lambda^2 + r\lambda + s) = 0 \quad (2.3.14) \text{再掲}$$

のように実数係数 p, q, r, s を用いた 2 次式の積の形に因数分解することが可能であることを示した. この p, q, r, s を用いると (2.3.4a)~(2.3.4d) の各式は,

$$p + r = \frac{M + m}{Mm} c \quad (2.6.9a)$$

$$q + s + pr = \frac{Mk + mK}{Mm} \quad (2.6.9b)$$

$$qr + ps = \frac{K + k}{Mm} c \quad (2.6.9c)$$

$$qs = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.6.9d)$$

となる. ところで, q および s はそれぞれ 2 つのペアとなる固有値の積で固有円振動数の 2 乗を表しているのので, 連結ダンパー減衰係数 c が無限大の場合, ω_{tr} と ω_{mp} の 2 乗となる. ここでは,

$$q = \frac{K + k}{M + m} = (\omega_{tr})^2 \quad (2.6.10)$$

$$s = \frac{Kk}{Mm} \cdot \frac{M + m}{K + k} = (\omega_{mp})^2 \quad (2.6.11)$$

とする．すなわち，(2.3.14)式の前半の 2 次方程式が並進モードを，後半の 2 次方程式が離合モードを表していることとなる．

$$q+s = \frac{K+k}{M+m} + \frac{Kk}{Mm} \cdot \frac{M+m}{K+k} = \frac{Mm(K+k)^2 + Kk(M+m)^2}{Mm(M+m)(K+k)} \quad (2.6.12)$$

であるから，(2.6.9b)式より，

$$\begin{aligned} pr &= \frac{Mk+mK}{Mm} - \frac{Mm(K+k)^2 + Kk(M+m)^2}{Mm(M+m)(K+k)} \\ &= \frac{(Mk+mK)(M+m)(K+k) - \{Mm(K+k)^2 + Kk(M+m)^2\}}{Mm(M+m)(K+k)} \\ &= \frac{M^2k^2 + m^2K^2 - 2MmKk}{Mm(M+m)(K+k)} \\ &= \frac{(Mk-mK)^2}{Mm(M+m)(K+k)} \end{aligned} \quad (2.6.13)$$

となる．(2.6.13)式と(2.6.9a)式から， p と r は解と係数の関係より，

$$x^2 - \left(\frac{M+m}{Mm} c \right) x + \frac{(Mk-mK)^2}{Mm(M+m)(K+k)} = 0 \quad (2.6.14)$$

の 2 解であり，これを解いて，

$$\left. \begin{matrix} p \\ r \end{matrix} \right\} = \frac{(M+m)c \pm \sqrt{(M+m)^2 c^2 - 4Mm \frac{(Mk-mK)^2}{(M+m)(K+k)}}}{2Mm} \quad (2.6.15)$$

となる． c が無限大の場合，

$$(M+m)^2 c^2 \gg 4Mm \frac{(Mk-mK)^2}{(M+m)(K+k)}$$

であるから，実質的には，

$$\left. \begin{matrix} p \\ r \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \frac{(M+m)c}{Mm} \end{matrix} \right. \quad (0 \text{ が複合-に, } \frac{M+m}{Mm} c \text{ が複合+に対応}) \quad (2.6.16)$$

である．すなわち一方が 0 に，もう一方が無限大という組合せとなる．

次に， p と r のどちらが 0 に対応しているかを考える．(2.6.9a)および(2.6.9c)式より，

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ s & q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{M+m}{Mm} c \\ \frac{K+k}{Mm} c \end{Bmatrix} \quad (2.6.17)$$

が得られ, $q-s \neq 0$ の場合, 逆行列が存在し, (2.6.17)式の前から乗じ,

$$\begin{Bmatrix} p \\ r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ s & q \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{M+m}{Mm}c \\ \frac{K+k}{Mm}c \end{Bmatrix} = \frac{c}{q-s} \begin{bmatrix} q & -1 \\ -s & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{M+m}{Mm} \\ \frac{K+k}{Mm} \end{Bmatrix} \quad \text{ただし } q-s \neq 0 \quad (2.6.18)$$

を得る. また, $q-s$ は(2.6.10)および(2.6.11)式より,

$$q-s = \frac{K+k}{M+m} - \frac{Kk}{Mm} \cdot \frac{M+m}{K+k} = \frac{Mm(K+k)^2 - Kk(M+m)^2}{Mm(M+m)(K+k)} \quad (2.6.19)$$

である. なお(2.6.19)式は, 既に(2.6.8)式としても表されている. (2.6.8)式より, $\mu = \kappa$ または $\mu\kappa = 1$ が $q-s = 0$ となる条件式であり, その場合を除き $q-s \neq 0$ である. (2.6.18)式より, p は,

$$\begin{aligned} p &= \frac{c}{q-s} \left(q \frac{M+m}{Mm} - \frac{K+k}{Mm} \right) \\ &= \frac{Mm(M+m)(K+k)c}{Mm(K+k)^2 - Kk(M+m)^2} \left(\frac{K+k}{M+m} \frac{M+m}{Mm} - \frac{K+k}{Mm} \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.6.20)$$

となり, p が 0 に収束する側であることがわかる.

一方, r は,

$$\begin{aligned} r &= \frac{c}{q-s} \left(-s \frac{M+m}{Mm} + \frac{K+k}{Mm} \right) \\ &= \frac{c}{q-s} \left(-s \frac{M+m}{Mm} + \frac{K+k}{Mm} \right) \\ &= \frac{Mm(M+m)(K+k)c}{Mm(K+k)^2 - Kk(M+m)^2} \left(-\frac{Kk}{Mm} \cdot \frac{M+m}{K+k} \cdot \frac{M+m}{Mm} + \frac{K+k}{Mm} \right) \\ &= \frac{Mm(M+m)(K+k)c}{Mm(K+k)^2 - Kk(M+m)^2} \left(\frac{-Kk(M+m)^2 + Mm(K+k)^2}{(Mm)^2(K+k)} \right) \\ &= \frac{Mm(M+m)(K+k)c}{(Mm)^2(K+k)} \\ &= \frac{M+m}{Mm} c \end{aligned} \quad (2.6.21)$$

となる.

以上より, c が無限大の場合, 二棟連結系の固有振動方程式の因数分解表示である(2.3.14)式は,

$$\left(\lambda^2 + p\lambda + \frac{K+k}{M+m} \right) \times \left(\lambda^2 + r\lambda + \frac{Kk(M+m)}{Mm(K+k)} \right) = 0 \quad (2.6.22)$$

$$\text{ただし, } \begin{Bmatrix} p \\ r \end{Bmatrix} = \frac{(M+m)c \mp \sqrt{(M+m)^2 c^2 - 4Mm \frac{(Mk-mK)^2}{(M+m)(K+k)}}}{2Mm} \quad (2.6.23)$$

(複合は p が-, r が+に対応)

として表される。(2.6.22)式の前半部は固有円振動数が $(\omega_r)^2 = (K+k)/(M+m)$ に対応しており、すなわち、並進モードを表す式であり、

$$\lambda^2 + p\lambda + \frac{K+k}{M+m} = 0$$

において、 p は $c \rightarrow \infty$ で $p \rightarrow 0$ となることから、

$$\lambda^2 + \frac{K+k}{M+m} = 0 \quad (2.6.24)$$

となり、それに対応する固有値は、

$$\lambda_{i,j}^{(tr)} = \pm i \cdot \omega_r \quad (2.6.25)$$

となる。また(2.6.22)式の後半部、

$$\lambda^2 + r\lambda + \frac{Kk(M+m)}{Mm(K+k)} = 0$$

において、 r は $c \rightarrow \infty$ で $r \rightarrow (M+m)c/Mm$ となることから、

$$\lambda^2 + \frac{M+m}{Mm}c\lambda + \frac{Kk(M+m)}{Mm(K+k)} = 0 \quad (2.6.26)$$

となり、これを解いて、固有値

$$\lambda_{i,j}^{(mp)} = \frac{-\frac{M+m}{Mm}c \pm \sqrt{\left(\frac{M+m}{Mm}c\right)^2 - 4\frac{Kk(M+m)}{Mm(K+k)}}}{2} \quad (2.6.27)$$

が得られる。 $\lambda_i^{(mp)} > \lambda_j^{(mp)}$ すなわち、複合+が $\lambda_i^{(mp)}$ 、-が $\lambda_j^{(mp)}$ に対応するとすれば、 $c \rightarrow \infty$ において、

$$\begin{cases} \lambda_i^{(mp)} = 0 \\ \lambda_j^{(mp)} = -\infty \end{cases} \quad (\text{ただし、} \lambda_i^{(mp)} \text{ は、一側から } 0 \text{ に漸近}) \quad (2.6.28)$$

となる。また、共に負の実固有値である。

なお、(2.6.17)式以降の展開の過程で $\mu = \kappa$ または $\mu\kappa = 1$ の場合を除いたが、 $\mu = \kappa$ の場合においては、

$$\mu = \kappa \Leftrightarrow \frac{M}{m} = \frac{K}{k} \Leftrightarrow Mk = mK \Leftrightarrow Mk - mK = 0 \quad (2.6.29)$$

となり、(2.6.15)式の根号内の第2項が0となるため、

$$\begin{aligned}
\left. \begin{matrix} p \\ r \end{matrix} \right\} &= \frac{(M+m)c \pm \sqrt{(M+m)^2 c^2 - 4Mm \frac{(Mk-mK)^2}{(M+m)(K+k)}}}{2Mm} \\
&= \frac{(M+m)c \pm \sqrt{(M+m)^2 c^2}}{2Mm} \\
&= \begin{cases} 0 \\ \frac{M+m}{Mm}c \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.6.30}$$

が得られる． また，

$$q=s=(\omega_r)^2=(\omega_{mp})^2=\frac{K+k}{M+m}=\frac{k(1+\kappa)}{m(1+\mu)}=\frac{k}{m} \quad (\because \mu=\kappa \text{ より } 1+\mu=1+\kappa) \tag{2.6.31}$$

である． 従って，(2.6.15)式から直接に因数分解式である

$$\left(\lambda^2 + \frac{k}{m}\right)\left(\lambda^2 + \frac{M+m}{Mm}c\lambda + \frac{k}{m}\right)=0 \tag{2.6.32}$$

を得ることができ，(2.6.25)および(2.6.28)式で表された固有値を得る． ところで(2.6.15)式は， c を無限大という条件を用いる前，すなわち，任意の c において定まる式であり，それは即ち， $\mu=\kappa$ である場合には， c の値によらず，

$$(\omega_r)^2=(\omega_{mp})^2=\frac{k}{m}=\frac{K}{M}$$

となり，固有円振動数は一定となる．

$\mu\kappa=1$ の場合については，

$$\begin{aligned}
q=s=(\omega_r)^2=(\omega_{mp})^2 &= \frac{K+k}{M+m} = \frac{k(1+\kappa)}{m(1+\mu)} = \kappa \frac{k}{m} \\
&(\because \mu\kappa=1 \text{ より } (1+\mu)\kappa=\kappa+\mu\kappa=1+\kappa)
\end{aligned} \tag{2.6.33}$$

および，

$$qs = \frac{Kk}{Mm} = \left(\kappa \frac{k}{m}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{K}{M} = \kappa^2 \frac{k}{m} \tag{2.6.34}$$

であり，(2.6.9b)式より，

$$pr = \frac{Mk+mK}{Mm} - (q+s) = \frac{k}{m} + \kappa^2 \frac{k}{m} - 2\kappa \frac{k}{m} = (1-\kappa)^2 \frac{k}{m} \tag{2.6.35}$$

が得られる． (2.6.9b)式と(2.6.35)式から p と r は解と係数の関係より，

$$x^2 - \left(\frac{M+m}{Mm}c\right)x + (1-\kappa)^2 \frac{k}{m} = 0 \tag{2.6.36}$$

の2解であり，これを解いて，

$$\left. \begin{matrix} p \\ r \end{matrix} \right\} = \frac{\frac{M+m}{Mm}c \pm \sqrt{\left(\frac{M+m}{Mm}\right)^2 c^2 - 4\frac{M+m}{Mm}(1-\kappa)^2 \frac{k}{m}}}{2} \tag{2.6.37}$$

となる． c が無限大の場合，

$$\left(\frac{M+m}{Mm}\right)^2 c^2 \gg 4 \frac{M+m}{Mm} (1-\kappa)^2 \frac{k}{m} \quad (2.6.38)$$

であるから，実質的には，

$$\left. \begin{matrix} p \\ r \end{matrix} \right\} = \begin{cases} 0 \\ \frac{(M+m)c}{Mm} \end{cases} \quad (0 \text{ が複合-に, } \frac{M+m}{Mm}c \text{ が複合+に対応}) \quad (2.6.39)$$

である．

すなわち一方が 0 に，もう一方が無限大という組合せとなる．ただし， $q=s$ のため， p と r が 0 あるいは $(M+m)c/Mm$ のいずれであるかは本質的ではなく，固有方程式の因数分解形式である

$$\left(\lambda^2 + \kappa \frac{k}{m}\right) \left(\lambda^2 + \frac{M+m}{Mm} c \lambda + \kappa \frac{k}{m}\right) = 0 \quad (2.6.40)$$

に対し，後述する固有モード形状の特徴から，

$$\left(\lambda^2 + \kappa \frac{k}{m}\right) = 0 \quad (2.6.41)$$

が並進モードを表し，その解が，

$$\lambda_{i,j}^{(tr)} = \pm i \cdot \sqrt{\kappa \frac{k}{m}} = \pm i \cdot \sqrt{\frac{1+\kappa}{(1+\kappa)} \cdot \frac{k}{m}} = \pm i \cdot \sqrt{\frac{1+\kappa}{\mu+1} \frac{k}{m}} = \pm i \cdot \sqrt{\frac{K+k}{M+m}} = \pm i \cdot \omega_{tr} \quad (2.6.42)$$

となり，他方，

$$\left(\lambda^2 + \frac{M+m}{Mm} c \lambda + \kappa \frac{k}{m}\right) = 0 \quad (2.6.43)$$

が離合モードを表し，

$$\lambda_{i,j}^{(mp)} = \frac{-\frac{M+m}{Mm} c \pm \sqrt{\left(\frac{M+m}{Mm} c\right)^2 - 4 \frac{(M+m)}{Mm} \kappa \frac{k}{m}}}{2} \quad (2.6.44)$$

で， $\lambda_i^{(mp)} > \lambda_j^{(mp)}$ すなわち，複合+が $\lambda_i^{(mp)}$ ，-が $\lambda_j^{(mp)}$ に対応するとすれば， c が無限大において，(2.6.28)式と同じ

$$\begin{cases} \lambda_i^{(mp)} = 0 \\ \lambda_j^{(mp)} = -\infty \end{cases} \quad (\text{ただし, } \lambda_i^{(mp)} \text{ は, 一側から } 0 \text{ に漸近}) \quad (2.6.45)$$

となる．また，共に負の実固有値である．

以上により，連結ダンパー減衰係数 c が無限大における 4 つの固有値が求められ，その値は(2.6.25)および(2.6.28)式で表される．

2.6.3 連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合の固有モードにおける二棟間の位相差

連結ダンパー減衰係数 c が無限大の場合の固有モードにおける二棟間の位相差について考える．2.6.2 節での検討により，4 つの固有値は，

$$\lambda_{i,j}^{(tr)} = \pm i \cdot \omega_r \quad (2.6.25) \text{再掲}$$

$$\begin{cases} \lambda_i^{(mp)} = 0 \\ \lambda_j^{(mp)} = -\infty \end{cases} \quad (\text{ただし, } \lambda_i^{(mp)} \text{ は, 一側から } 0 \text{ に漸近}) \quad (2.6.45) \text{再掲}$$

となる．すなわち，共役純虚数のペアと実固有値のペアからなる．

$\lambda_i^{(tr)} = i \cdot \omega_r$ の場合，(2.4.3)式から，

$$\frac{U_i^{(tr)}}{u_i^{(tr)}} = \frac{m(i \cdot \omega_r)^2 + c(i \cdot \omega_r) + k}{c(i \cdot \omega_r)} = \frac{-m(\omega_r)^2 + k}{c(i \cdot \omega_r)} + 1 \quad (2.6.46)$$

で， c が無限大のとき，

$$\frac{U_i^{(tr)}}{u_i^{(tr)}} = 1 = 1 \cdot e^{i \cdot 0} \quad (2.6.47)$$

となり，固有ベクトル成分間の大きさの比が 1 で位相差が 0 である． $\lambda_j^{(tr)} = -i \cdot \omega_r$ の場合も同じ結果となる．

従って，固有円振動数 ω_r すなわち固有値 $\lambda_{i,j}^{(tr)} = \pm i \cdot \omega_r$ の場合，その固有モードは，固有ベクトル成分間の大きさの比が 1 で位相差が 0 であり，それは並進状態を表すモードであることから，これを並進モードとして差支えない．

次に $\lambda_i^{(mp)} = 0$ について考えるが，完全な 0 では計算が進まないため，限りなく 0 に近い負の実数 $\lambda_i^{(mp)} = a$ を用いて考える．この場合，(2.4.3)式から，

$$\frac{U_i^{(tr)}}{u_i^{(tr)}} = \frac{ma^2 + ca + k}{ca} \quad (2.6.48)$$

である．ところで， $\lambda_i^{(mp)}$ は離合モードの固有値であるから，(2.6.26)式を満足するため， $\lambda_i^{(mp)} = a$ を(2.6.26)式に代入し，

$$a^2 + \frac{M+m}{Mm}ca + \frac{Kk(M+m)}{Mm(K+k)} = 0 \quad (2.6.49)$$

を満足する．(2.6.49)式に m を乗じ，

$$ma^2 + \frac{M+m}{M}ca + \frac{Kk(M+m)}{M(K+k)} = 0$$

$$\Leftrightarrow ma^2 = -\frac{M+m}{M}ca - \frac{Kk(M+m)}{M(K+k)} \quad (2.6.50)$$

を(2.6.48)式に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{U_i^{(tr)}}{u_i^{(tr)}} &= \frac{-\frac{M+m}{M}ca - \frac{Kk(M+m)}{M(K+k)} + ca + k}{ca} \\ &= \left(-\frac{m}{M}\right) - \frac{1}{ca} \left\{ \frac{Kk(M+m)}{M(K+k)} - k \right\} \end{aligned} \quad (2.6.51)$$

を得る． c が無限大の場合，

$$\frac{U_i^{(tr)}}{u_i^{(tr)}} = -\frac{1}{\mu} \quad (2.6.52)$$

となる．もう一方の固有値からは， c が無限大の場合，

$$\frac{U_j^{(tr)}}{u_j^{(tr)}} = -\frac{1}{\kappa} \quad (2.6.53)$$

となることが数値解析結果からも確認されている．これらは共に負の実数値で，固有ベクトルの実数成分の符号が逆転していることを意味し，固有モードとしては共に逆位相を表しており，これらは離合モードを表していることがわかる．

以上の 2.6 節を通しての検討結果から，連結ダンパー減衰係数 c が無限大となる場合に，2 つの固有モードのうち一方は並進モードに，もう一方は離合モードに収束することが示された．以降，本論文では，連結ダンパー減衰係数 c の増大と共に並進モードへと至るモードを並進化モード，同じく離合モードへと至るモードを並進化モードと呼ぶこととする．

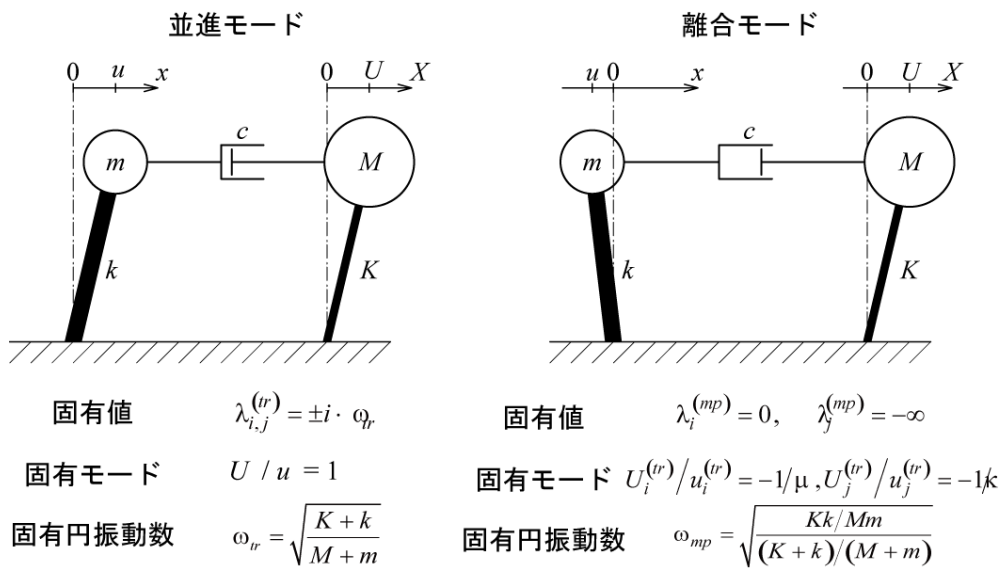


図 2.6.2 並進モードと離合モード

2.7 連結ダンパー減衰係数の増加に伴うモード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係

2.7.1 連結ダンパー減衰係数の増加に伴うモード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係

本節では，二棟連結制振系の減衰定数と固有円振動数との間にある関係について，詳細な証明を交えた説明を行う．ここでは， $M > m > 0$, $k > K > 0$, $c > 0$ とする．減衰振動（臨界減衰以下），すなわち，全ての固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ が複素数の場合を考える．過減衰モードを含む場合は後述する．このとき，代数方程式の性質から， $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ は2組の共約なペアに分けることができる．そこで， $\lambda_1 = \lambda_2^*$, $\lambda_3 = \lambda_4^*$ とする．このとき，固有値と固有円振動数，減衰定数の関係を用いると，次の関係が成立する．

$$\lambda_1 = -h^{(1)}\omega^{(1)} + \omega^{(1)}\sqrt{1-h^{(1)2}} \cdot i \quad (2.7.1a)$$

$$\lambda_2 = -h^{(1)}\omega^{(1)} - \omega^{(1)}\sqrt{1-h^{(1)2}} \cdot i \quad (2.7.1b)$$

$$\lambda_3 = -h^{(2)}\omega^{(2)} + \omega^{(2)}\sqrt{1-h^{(2)2}} \cdot i \quad (2.7.1c)$$

$$\lambda_4 = -h^{(2)}\omega^{(2)} - \omega^{(2)}\sqrt{1-h^{(2)2}} \cdot i \quad (2.7.1d)$$

従って，

$$\lambda_1\lambda_2 = (\omega^{(1)})^2 \quad (2.7.2a)$$

$$\lambda_3\lambda_4 = (\omega^{(2)})^2 \quad (2.7.2b)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -2h^{(1)}\omega^{(1)} \quad (2.7.2c)$$

$$\lambda_3 + \lambda_4 = -2h^{(2)}\omega^{(2)} \quad (2.7.2d)$$

ここで簡単のために，次の表記を導入する．

$$\Omega^{(r)} \equiv (\omega^{(r)})^2 \quad (2.7.3a)$$

$$Z^{(r)} = 2h^{(r)}\omega^{(r)} \quad (2.7.3b)$$

(2.7.2a)~(2.7.2d)式を(2.3.4a)~(2.3.4d)式に代入し，(2.7.3a),(2.7.3b)式の表記を用いると，以下を得る．

$$Z^{(1)} + Z^{(2)} = \frac{M+m}{Mm}c \quad (2.7.4a)$$

$$\Omega^{(1)} + \Omega^{(2)} + Z^{(1)}Z^{(2)} = \frac{Mk + mK}{Mm} \quad (2.7.4b)$$

$$\Omega^{(1)}Z^{(2)} + \Omega^{(2)}Z^{(1)} = \frac{K+k}{Mm}c \quad (2.7.4c)$$

$$\Omega^{(1)}\Omega^{(2)} = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.7.4d)$$

(2.7.4a)～(2.7.4d)式は，4つの正の実数 $Z^{(1)}, Z^{(2)}, \Omega^{(1)}, \Omega^{(2)}$ を未知数とする非線形連立方程式である．あるいは，4つの正の実数 $h^{(1)}, h^{(2)}, \omega^{(1)}, \omega^{(2)}$ を未知数とする非線形連立方程式であるともいえる．(2.7.4a)～(2.7.4d)式から $Z^{(1)}$ と $Z^{(2)}$ を消去することを考える．(2.7.4a)式と(2.7.4c)式より，次式が得られる．

$$\left(1 - \frac{\Omega^{(1)}}{\Omega^{(2)}}\right)Z^{(1)} = \left(\frac{1}{\Omega^{(2)}}\frac{K+k}{Mm} - \frac{\Omega^{(1)}}{\Omega^{(2)}}\frac{M+m}{Mm}\right)c \quad (2.7.5)$$

今， $\Omega^{(1)} \neq \Omega^{(2)}$ であれば，(2.7.5)式と(2.7.4a)式より次式が得られる．

$$Z^{(1)} = \frac{\frac{1}{\Omega^{(2)}}\frac{K+k}{Mm} - \frac{\Omega^{(1)}}{\Omega^{(2)}}\frac{M+m}{Mm}}{1 - \frac{\Omega^{(1)}}{\Omega^{(2)}}}c = \frac{(K+k) - \Omega^{(1)}(M+m)}{Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})}c \quad (2.7.6a)$$

$$\begin{aligned} Z^{(2)} &= \frac{M+m}{Mm}c - \frac{\frac{1}{\Omega^{(2)}}\frac{K+k}{Mm} - \frac{\Omega^{(1)}}{\Omega^{(2)}}\frac{M+m}{Mm}}{1 - \frac{\Omega^{(1)}}{\Omega^{(2)}}}c = \frac{M+m}{Mm}c - \frac{(K+k) - \Omega^{(1)}(M+m)}{Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})}c \\ &= \frac{(M+m)(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})}{Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})}c - \frac{(K+k) - \Omega^{(1)}(M+m)}{Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})}c = \frac{\Omega^{(2)}(M+m) - (K+k)}{Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})}c \end{aligned} \quad (2.7.6b)$$

これを $h^{(1)} = Z^{(1)}/2\sqrt{\Omega^{(1)}}$ および $h^{(2)} = Z^{(2)}/2\sqrt{\Omega^{(2)}}$ に代入して，

$$h^{(1)} = \frac{(K+k) - \Omega^{(1)}(M+m)}{2\sqrt{\Omega^{(1)}}Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})}c \quad (2.7.7a)$$

$$h^{(2)} = \frac{\Omega^{(2)}(M+m) - (K+k)}{2\sqrt{\Omega^{(2)}}Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})}c \quad (2.7.7b)$$

を得る．両者の差をとり，

$$\begin{aligned} h^{(1)} - h^{(2)} &= \left\{ \frac{(K+k) - \Omega^{(1)}(M+m)}{2\sqrt{\Omega^{(1)}}Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})} - \frac{\Omega^{(2)}(M+m) - (K+k)}{2\sqrt{\Omega^{(2)}}Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})} \right\}c \\ &= \left[\frac{\sqrt{\Omega^{(2)}}\left\{(K+k) - \Omega^{(1)}(M+m)\right\} - \sqrt{\Omega^{(1)}}\left\{\Omega^{(2)}(M+m) - (K+k)\right\}}{2\sqrt{\Omega^{(1)}\Omega^{(2)}}Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})} \right]c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\left(\sqrt{\Omega^{(1)}} + \sqrt{\Omega^{(2)}}\right)(K+k) - \sqrt{\Omega^{(1)}\Omega^{(2)}}\left(\sqrt{\Omega^{(1)}} + \sqrt{\Omega^{(2)}}\right)(M+m)}{2\sqrt{\Omega^{(1)}\Omega^{(2)}}Mm(\Omega^{(2)} - \Omega^{(1)})}c \\
&= \frac{(K+k) - \sqrt{\Omega^{(1)}\Omega^{(2)}}(M+m)}{2\sqrt{\Omega^{(1)}\Omega^{(2)}}\left(\sqrt{\Omega^{(2)}} - \sqrt{\Omega^{(1)}}\right)Mm}c \\
&= \frac{1}{\left(\sqrt{\Omega^{(2)}} - \sqrt{\Omega^{(1)}}\right)}\left(\frac{1}{2Mm}\right)\left\{\frac{1}{\sqrt{\Omega^{(1)}\Omega^{(2)}}}(K+k) - (M+m)\right\}c
\end{aligned} \tag{2.7.8}$$

が得られ，さらに $\sqrt{\Omega^{(1)}} = \omega^{(1)}$, $\sqrt{\Omega^{(2)}} = \omega^{(2)}$ および， $\sqrt{\Omega^{(1)}\Omega^{(2)}} = \omega^{(1)}\omega^{(2)} = \sqrt{Kk/Mm}$ を用いて(2.7.8)式の両辺を $(\omega^{(1)} - \omega^{(2)})$ 倍すると，

$$\begin{aligned}
(h^{(1)} - h^{(2)})(\omega^{(1)} - \omega^{(2)}) &= \left(\frac{-1}{2Mm}\right)\left\{\frac{1}{\sqrt{Kk/Mm}}(K+k) - (M+m)\right\}c \\
&= -\frac{1}{2}\frac{M+m}{Mm}\left\{\frac{1}{\sqrt{Kk/Mm}}\frac{K+k}{M+m} - 1\right\}c \\
&= -\frac{1}{2}\frac{M+m}{Mm}\left\{\frac{\sqrt{\frac{K+k}{M+m}}}{\sqrt{\frac{Kk}{Mm}}}\sqrt{\frac{K+k}{M+m}} - 1\right\}c \\
&= \frac{1}{2}\frac{M+m}{Mm}\left(1 - \frac{\omega_r}{\omega_{mp}}\right)c
\end{aligned} \tag{2.7.9}$$

を得る．今， $\Omega^{(1)} \neq \Omega^{(2)}$ としてこの(2.7.9)式を導いたが，この式は $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)}$ の場合にも成立する（そのことは 2.7.2 節にて示す）．この(2.7.9)式の右辺の中に登場する， $M, m, \omega_r, \omega_{mp}$ は連結前の二棟の剛性と質量のみで表される系毎の定数であり，従って右辺は c の 1 次式である．任意の $c(>0)$ において“減衰定数の差”と“固有円振動数の差”の積が“系毎の定数 $\times c$ ”という形で関係づけられていることを示すこの(2.7.9)式は，二棟連結制振系の固有振動特性を特徴づける重要な関係式となっており，以降，この式を“モード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係式”と呼ぶこととする．この関係式から読み取れる減衰定数の特性については 2.7.5 節において述べる．

2.7.2 基本モデル ($\mu\kappa=1$) において c がある値以上で 2 つの固有円振動数 ω が一致して定数となる証明

(2.7.9)式を導く過程では $\Omega^{(1)} \neq \Omega^{(2)}$ としていたため，次に $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)}$ すなわち $\omega^{(1)} = \omega^{(2)}$ となる場合について考える．

$$\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)} \equiv \Omega \quad (2.7.10)$$

とし、これを(2.7.4a)~(2.7.4d)式に代入すると、次式を得る。

$$Z^{(1)} + Z^{(2)} = \frac{M+m}{Mm}c \quad (2.7.11a)$$

$$2\Omega + Z^{(1)}Z^{(2)} = \frac{Mk+mK}{Mm} \quad (2.7.11b)$$

$$\Omega(Z^{(1)} + Z^{(2)}) = \frac{K+k}{Mm}c \quad (2.7.11c)$$

$$\Omega^2 = \frac{Kk}{Mm} \quad (2.7.11d)$$

(2.7.11a)式と(2.7.11c)式より、次式が導かれる。

$$\Omega = \frac{\frac{K+k}{Mm}c}{\frac{M+m}{Mm}c} = \frac{K+k}{M+m} \Rightarrow \omega^{(1)} = \omega^{(2)} = \sqrt{\frac{K+k}{M+m}} \quad (2.7.12)$$

このとき、次の性質が存在する。

特性 1 :

過減衰モードを含まない連結系において、 $\omega^{(1)} = \omega^{(2)}$ であるときには、その値は連結ダンパー減衰係数 c には無関係であり、並進モードの固有円振動数に等しい。

次に、(2.7.11d)式と(2.7.12)式より、 $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)}$ となるための必要条件是次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{Kk}{Mm} &= \left(\frac{K+k}{M+m} \right)^2 \\ \Leftrightarrow \frac{\kappa k^2}{\mu m^2} &= \left\{ \frac{(1+\kappa)k}{(1+\mu)m} \right\}^2 \\ \Leftrightarrow \frac{\kappa}{\mu} &= \frac{(1+\kappa)^2}{(1+\mu)^2} \\ \Leftrightarrow (1+\mu)^2 \kappa - \mu(1+\kappa)^2 &= (\mu - \kappa)(1 - \mu\kappa) = 0 \\ \Leftrightarrow \mu &= \kappa, \text{ または, } \mu\kappa = 1 \end{aligned} \quad (2.7.13)$$

このうち、 $\mu = \kappa$ は、 $M/m = K/k \Leftrightarrow k/m = K/M$ 、すなわち、非連結時において二棟の固有円振動数が一致している系で、そのような系の場合、連結ダンパーの減衰係数 c を増大させても連結による効果は得られず、 c の値に関係なく固有円振動数は $\omega^{(1)} = \omega^{(2)} = \sqrt{k/m}$ で一定、かつ、減衰定数は $h^{(1)} = h^{(2)} = 0$ で一定の系となる。ここでその検討を行う意味はなく、以下では、 $\omega^{(1)} = \omega^{(2)}$ を考える場合は $\mu\kappa = 1$ の

場合についてのみ考えるものとする．(2.7.13)式より次の性質が存在する．

特性 2 :

過減衰モードを含まない連結系において， $\omega^{(1)} = \omega^{(2)}$ となるためには， $\mu\kappa = 1$ でなければならない．

さらに， $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)}$ の場合に $Z^{(1)}$ と $Z^{(2)}$ が実数となるための条件を考える．(2.7.11a)式および(2.7.11b)式より，解と係数の関係を用いると， $Z^{(1)}$ と $Z^{(2)}$ は

$$Z^2 - \left(\frac{M+m}{Mm} \right) cZ + \frac{Mk+mK}{Mm} - 2 \frac{K+k}{M+m} = 0 \quad (2.7.14)$$

の 2 解であり，それらが実数解であるための条件は，判別式 ≥ 0 より

$$\left(\frac{M+m}{Mm} \right)^2 c^2 - 4 \left(\frac{Mk+mK}{Mm} - 2 \frac{K+k}{M+m} \right) \geq 0 \quad (2.7.15)$$

これに $\mu\kappa = 1$ の条件を用いると，

$$c \geq \sqrt{\frac{4(M-m)^2 MK}{(M+m)^2}} = \frac{2(M-m)}{(M+m)} \sqrt{MK} = \frac{2(M-m)}{(M+m)} \sqrt{mk} \quad (2.7.16)$$

が導かれる．したがって，次の性質が存在する．

特性 3 :

過減衰モードを含まない連結系において， $\mu\kappa = 1$ かつ

$$c \geq \frac{2(M-m)}{(M+m)} \sqrt{MK} \quad (2.7.17)$$

のとき，以下の関係が成立する．

$$\omega^{(1)} = \omega^{(2)} = \sqrt{\frac{K+k}{M+m}} \quad (2.7.18)$$

以上より， $\mu\kappa = 1$ で，かつ c がある値より大きくなった場合における，固有円振動数 ω の重複および定数化現象（図 2.7.1）が証明された．この特徴ある点を与える際の c は

$$c = \frac{2(M-m)}{(M+m)} \sqrt{MK} \quad (2.5.17) \text{再掲}$$

であり，2.5 節の(2.5.17)式で示した重複点である．

なお，(2.7.9)式を導いた段階では $\Omega^{(1)} \neq \Omega^{(2)}$ であったが，(2.7.13)式により $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)}$ となるための必要条件が $\mu = \kappa$ 又は $\mu\kappa = 1$ であることが導かれた．この条件は，既に 2.6 節にて示したように $\omega_{tr} = \omega_{mp}$ という結果を与える．従って，(2.7.9)式は $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)}$ （すなわち $\omega^{(1)} = \omega^{(2)}$ ）により左辺 = 0 で，かつ， $\omega_{tr} = \omega_{mp}$ により右

辺=0 となり， $\Omega^{(1)}=\Omega^{(2)}$ の場合にも成立していることがわかる．以降では，モード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係式

$$\left(h^{(1)}-h^{(2)}\right)\left(\omega^{(1)}-\omega^{(2)}\right)=\frac{1}{2} \frac{M+m}{M m}\left(1-\frac{\omega_{tr}}{\omega_{mp}}\right) c \quad (2.7.9) \text{再掲}$$

は， $\Omega^{(1)} \neq \Omega^{(2)}$ と $\Omega^{(1)}=\Omega^{(2)}$ のいずれの場合においても成立するものとして扱う．

2.7.3 基本モデル（ $\mu\kappa=1$ ）において c がある値以下で 2 つの減衰定数 h が重複する証明

(2.7.4a)式と(2.7.4c)式から誘導された減衰定数の差を表した(2.7.8)式を再度書き， $\mu\kappa=1$ の条件をあてはめると，

$$h^{(1)}-h^{(2)}=\frac{\frac{(K+k)\sqrt{Mm}}{\sqrt{Kk}}-(M+m)}{2 M m\left(\sqrt{\Omega^{(2)}}-\sqrt{\Omega^{(1)}}\right)} c=\frac{\frac{m}{K}\{(K+k)-(k+K)\}}{2 M m\left(\sqrt{\Omega^{(2)}}-\sqrt{\Omega^{(1)}}\right)} c=0 \quad (2.7.19)$$

となる．従って，次の性質が存在する．

特性 4 :

過減衰でない連結系において， $\mu\kappa=1$ かつ

$$c<\frac{2(M-m)}{(M+m)} \sqrt{M K} \quad (2.7.20)$$

のとき（すなわち重複点以下において），次式が成立し 2 つの減衰定数は重複する．

$$h^{(1)}=h^{(2)} \quad (2.7.21)$$

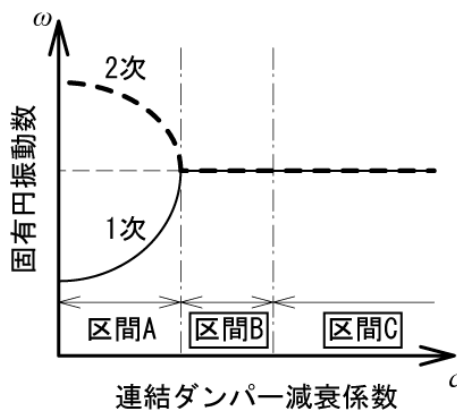


図 2.7.1 固有円振動数 ω の重複および定数化現象（区間 B, C）

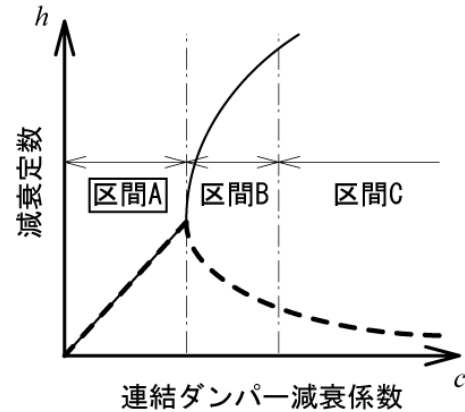


図 2.7.2 減衰定数の重複現象（区間 A）

2.7.4 過減衰モードを含む場合の固有値と減衰定数・固有円振動数の関係

全ての固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ のうち、 λ_1, λ_2 が複素数であり、 λ_3, λ_4 が実数の場合を考える。このとき、代数方程式の性質から、 λ_1 と λ_2 は共役なペアとなる。すなわち、 $\lambda_1 = \lambda_2^*$ となる。また、 $\lambda_3 > \lambda_4$ とする。このとき、固有値と固有円振動数、減衰定数の関係を用いると、固有値は次のように表すことができる。

$$\lambda_1 = -h^{(1)}\omega^{(1)} + \omega^{(1)}\sqrt{1-(h^{(1)})^2} \cdot i \quad (2.7.22a)$$

$$\lambda_2 = -h^{(1)}\omega^{(1)} - \omega^{(1)}\sqrt{1-(h^{(1)})^2} \cdot i \quad (2.7.22b)$$

$$\lambda_3 = -h^{(2)}\omega^{(2)} + \omega^{(2)}\sqrt{(h^{(2)})^2 - 1} \quad (2.7.22c)$$

$$\lambda_4 = -h^{(2)}\omega^{(2)} - \omega^{(2)}\sqrt{(h^{(2)})^2 - 1} \quad (2.7.22d)$$

実固有値と減衰定数、固有円振動数の関係としては、(2.7.22c)および(2.7.22d)式を用いるものとする。(2.7.22a)～(2.7.22d)式より次式を得る。

$$\lambda_1\lambda_2 = (\omega^{(1)})^2 \quad (2.7.23a)$$

$$\lambda_3\lambda_4 = (\omega^{(2)})^2 \quad (2.7.23b)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -2h^{(1)}\omega^{(1)} \quad (2.7.23c)$$

$$\lambda_3 + \lambda_4 = -2h^{(2)}\omega^{(2)} \quad (2.7.23d)$$

この式は過減衰モードがない場合の(2.7.2a)～(2.7.2d)式と表現上は全く同じである。従って、これ以降の式展開は、過減衰モードがない場合と同じとなる。

次に、全ての固有値が実数の場合を考える。ただし $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$ とする。このとき、どの固有値をペアとするかには任意性があるため、例えば λ_1 と λ_2 、 λ_3 と λ_4 をそれぞれペアとする。このとき、固有値と固有円振動数、減衰定数の関係を用いると、固有値は次のように表すことができる。

$$\lambda_1 = -h^{(1)}\omega^{(1)} + \omega^{(1)}\sqrt{(h^{(1)})^2 - 1} \quad (2.7.24a)$$

$$\lambda_2 = -h^{(1)}\omega^{(1)} - \omega^{(1)}\sqrt{(h^{(1)})^2 - 1} \quad (2.7.24b)$$

$$\lambda_3 = -h^{(2)}\omega^{(2)} + \omega^{(2)}\sqrt{(h^{(2)})^2 - 1} \quad (2.7.24c)$$

$$\lambda_4 = -h^{(2)}\omega^{(2)} - \omega^{(2)}\sqrt{(h^{(2)})^2 - 1} \quad (2.7.24d)$$

(2.7.24a)～(2.7.24d)式より次式を得る。

$$\lambda_1\lambda_2 = (\omega^{(1)})^2 \quad (2.7.25a)$$

$$\lambda_3 \lambda_4 = (\omega^{(2)})^2 \quad (2.7.25b)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -2h^{(1)}\omega^{(1)} \quad (2.7.25c)$$

$$\lambda_3 + \lambda_4 = -2h^{(2)}\omega^{(2)} \quad (2.7.25d)$$

この式も，過減衰モードがない場合の(2.7.2a)～(2.7.2d)式と表現上は全く同じである．従って，これ以降の式展開は，過減衰モードがない場合と同じ内容となる．

結局，過減衰モードがある場合についても，先に示したモード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係式 ((2.7.9)式) は成立し，また，特性 1 ～ 4 と同様の特性が成立する．

なお， $\mu\kappa=1$ で過減衰モードがある場合の重複点における固有値は，(2.7.24a)～(2.7.24d)式で $h^{(1)}=h^{(2)}\equiv h$ ， $\omega^{(1)}=\omega^{(2)}\equiv\omega$ とすると，

$$\lambda_1 = \lambda_3 = -h\omega + \omega\sqrt{h^2 - 1} \quad (2.7.26a)$$

$$\lambda_2 = \lambda_4 = -h\omega - \omega\sqrt{h^2 - 1} \quad (2.7.26b)$$

となり，「2 組の重複した実固有値に分けられる」ことがわかる．

2.7.5 連結ダンパー減衰係数の増加に伴うモード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係式から導かれる減衰定数の特性

二棟連結制振系のモード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係式

$$\left(h^{(1)} - h^{(2)}\right)\left(\omega^{(1)} - \omega^{(2)}\right) = \frac{1}{2} \frac{M+m}{Mm} \left(1 - \frac{\omega_{tr}}{\omega_{mp}}\right) c \quad (2.7.9) \text{再掲}$$

は， μ や κ の組合せによらず成立し，また過減衰モードを含む場合においても成立することをこれまでに示した．この式から以下の特徴が導かれる．

$\omega_{tr} \neq \omega_{mp}$ の場合

$c > 0$ において，(2.7.9)式の右边が 0 となることはなく，従って，左辺を構成する $h^{(1)} - h^{(2)}$ および $\omega^{(1)} - \omega^{(2)}$ が 0 となることはない．すなわち， $h^{(1)} - h^{(2)}$ および $\omega^{(1)} - \omega^{(2)}$ は c の増大に伴う変動の過程で，正から負，あるいは，負から正へと変化するのではないため，二棟の質量と剛性が定められた 1 つの系においては， $h^{(1)}$ と $h^{(2)}$ ，および， $\omega^{(1)}$ と $\omega^{(2)}$ の大小関係は c が増大する過程で不変である．

さらに， $\omega^{(2)} > \omega^{(1)}$ であることから， $h^{(1)} - h^{(2)}$ の正負，すなわち $h^{(1)}$ と $h^{(2)}$ の大小関係は， $1 - \omega_{tr}/\omega_{mp}$ の正負，すなわち， ω_{tr} と ω_{mp} の大小関係で定まり，

$\omega_{tr} > \omega_{mp}$ の場合 : $h^{(1)} > h^{(2)}$

$\omega_{tr} < \omega_{mp}$ の場合 : $h^{(1)} < h^{(2)}$

である.

c が無限大となる場合, $\omega^{(1)}$ と $\omega^{(2)}$ は互いに ω_{tr} と ω_{mp} の何れかに収束するため, $|\omega^{(1)} - \omega^{(2)}|$ は系毎に定まった値 $|\omega_{tr} - \omega_{mp}|$ に収束する. 従って,

$$|h^{(1)} - h^{(2)}| = \frac{1}{2} \frac{M+m}{Mm} \left| \left(1 - \frac{\omega_{tr}}{\omega_{mp}} \right) \right| \frac{1}{|\omega_{tr} - \omega_{mp}|} c = \frac{1}{2} \frac{M+m}{Mm} \frac{1}{\omega_{mp}} c \quad (2.7.28)$$

となる. すなわち, $|h^{(1)} - h^{(2)}|$ は, c が無限大とみなせる十分に大きな範囲においては c に関し線形的に増大し続ける. $h^{(1)}$ と $h^{(2)}$ のうち小さい方は 0 に収束するため, 大きい方は収束することなく増大し続ける. またその増大の仕方は指数関数的ではなく線形に近い. 小さい方とは並進モードに対応した減衰定数で, 大きい方とは離合モードに対応した減衰定数である.

$\omega_{tr} = \omega_{mp}$ の場合

$\mu = \kappa$ の場合は c によらず $h^{(1)} = h^{(2)} = 0$ で定数のためここでは考えない. $\mu\kappa = 1$ の場合, c が重複点に至るまでは $h^{(1)} = h^{(2)}$ であり, 重複点における減衰定数の値は先に(2.5.25)式として示した. ここでは, 重複点以降の $|h^{(1)} - h^{(2)}|$ について考える. $\Omega^{(1)} = \Omega^{(2)}$ の場合の $Z^{(1)}$ と $Z^{(2)}$ は(2.7.14)式で既に示したように,

$$Z^2 - \left(\frac{M+m}{Mm} \right) c Z + \frac{Mk+mK}{Mm} - 2 \frac{K+k}{M+m} = 0 \quad (2.7.14) \text{再掲}$$

であり, これを解くと,

$$Z^{(1)}, Z^{(2)} = \frac{\left(\frac{M+m}{Mm} \right) c \pm \sqrt{\left(\frac{M+m}{Mm} \right)^2 c^2 - 4 \left(\frac{Mk+mK}{Mm} - 2 \frac{K+k}{M+m} \right)}}{2} \quad (2.7.29)$$

このときの $\omega^{(1)} = \omega^{(2)}$ は $\omega_{tr} (= \omega_{mp})$ であるので, $h^{(1)} = Z^{(1)} / 2\omega_{tr}$ および $h^{(2)} = Z^{(2)} / 2\omega_{tr}$ を用いて,

$$\begin{aligned} |h^{(1)} - h^{(2)}| &= \frac{1}{2\omega_{tr}} |Z^{(1)} - Z^{(2)}| \\ &= \frac{1}{2\omega_{tr}} \sqrt{\left(\frac{M+m}{Mm} \right)^2 c^2 - 4 \left(\frac{Mk+mK}{Mm} - 2 \frac{K+k}{M+m} \right)} \end{aligned} \quad (2.7.30)$$

と書ける. 従って, c が十分に大きい範囲では,

$$\left(\frac{M+m}{Mm} \right)^2 c^2 \gg 4 \left(\frac{Mk+mK}{Mm} - 2 \frac{K+k}{M+m} \right) \quad (2.7.31)$$

であることを用いて,

$$|h^{(1)} - h^{(2)}| \approx \frac{1}{2\omega_{tr}} \left(\frac{M+m}{Mm} \right) c = \frac{1}{2\omega_{mp}} \left(\frac{M+m}{Mm} \right) c \quad (2.7.32)$$

となり, (2.7.28)式と同様に c が十分に大きい範囲では c に関し線形的に増加していくことがわかり, c が十分に大きい範囲での減衰定数の変動の様相は $\Omega^{(1)} \neq \Omega^{(2)}$ の場合と $\mu\kappa=1$ ($\Omega^{(1)} \neq \Omega^{(2)}$) の場合とでは同様の変動の様相となる.

2.8 連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数および固有円振動数の変動特性による分類

前節までの検討に基づく μ と κ による減衰定数および固有円振動数の変動の様相の領域分けを表したものが図 2.8.1 である. $\mu \geq 1$ の範囲において, $\mu\kappa=1$, $\mu=\kappa$ を境界として, 減衰定数および固有円振動数の変動の様相をそれぞれ異なる 3 つの領域に分けることができる. これら領域の違い及び境界の違いによる連結ダンパー減衰係数に対する減衰定数の変動の様相の違いを図 2.8.2 に, 固有円振動数の変動の様相の違いを図 2.8.3 に示す.

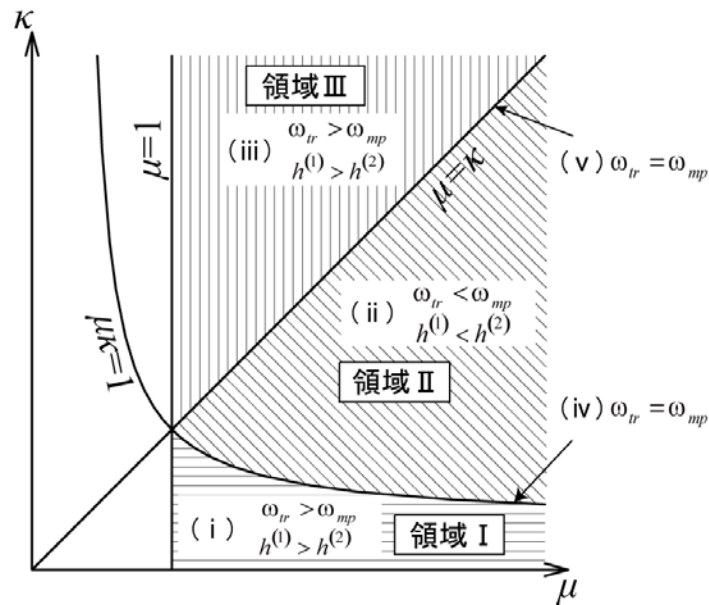


図 2.8.1 μ と κ による領域分類

減衰定数の変動の様相は、図 2.8.2 に示すように、領域 I および III では、連結ダンパー減衰係数 c の増加に伴って 1 次減衰定数は単調に増加するが、2 次減衰定数はある点で極値をとったのち 0 に収束する。また、 c が無限大まで増加する間の 1 次と 2 次の減衰定数の値が一致することはなく大小関係は $h^{(1)} > h^{(2)}$ で不変である。この場合、2 次モードが並進化モードに対応している。

これに対し領域 II では、2 次減衰定数が単調増加し 1 次減衰定数が非単調に変動する。また、領域 I および III の場合と同様に、 c が無限大まで増加する間に 1 次と 2 次の減衰定数の値が一致することはなく、大小関係は $h^{(1)} < h^{(2)}$ は不変である。この場合、1 次モードが並進化モードに対応している。

領域境界上は特別な場合に相当し、上述の領域 I から III とは異なる変動の様相を呈する。境界 $\mu\kappa=1$ 上では、連結ダンパー減衰係数 c が重複点に至るまで 1 次および 2 次の減衰定数は等しく、その点を境として異なる 2 つの値に分岐し、一方が増加、一方が 0 に収束する。境界 $\mu=\kappa$ 上では、連結ダンパーの減衰係数にかかわらず 1 次、2 次ともに減衰定数が 0 であり、この場合、連結による制振効果は得られない。

連結ダンパー減衰係数 c が無限大となったとき、減衰定数が 0 に収束するモードは並進化モードに対応し、他方で減衰定数が増大し続けるモードは離合化モードに対応する。また、離合化モードにおける減衰定数の増大の様子はいずれの場合においても、指数関数的な発散とはならず、 c に関し線形的な増大となる。

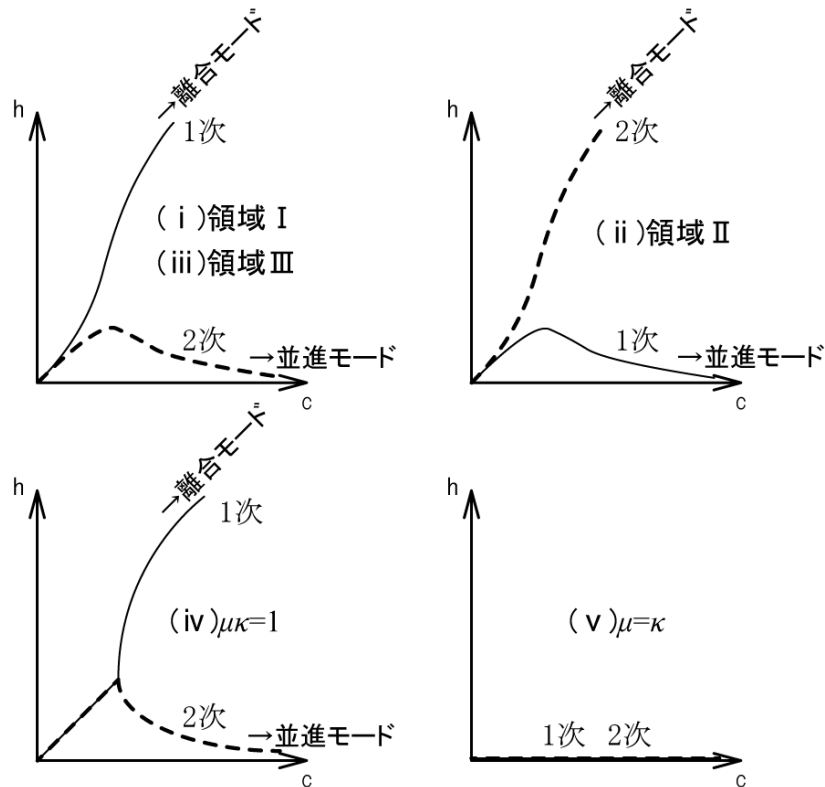


図 2.8.2 領域分類によって異なる減衰定数の変動の様相

固有円振動数の変動の様相は、図 2.8.3 に示すように、領域 I および III では、連結ダンパーの減衰係数の増加に伴って、2 次固有円振動数 $\omega^{(2)}$ は単調に減少しながら並進モードの固有円振動数 ω_{tr} に収束し、1 次固有円振動数 $\omega^{(1)}$ は単調に増加しながら離合モードの固有円振動数 ω_{mp} に収束する。またこのとき $\omega_{tr} > \omega_{mp}$ の関係が成立している。

領域 II では、1 次固有円振動数 $\omega^{(1)}$ が単調に増大しながら ω_{tr} に収束し、2 次固有円振動数 $\omega^{(2)}$ が単調に減少しながら ω_{mp} に収束する。すなわち 1 次モードが並進モードに、2 次モードが離合モードに収束する。この場合は $\omega_{mp} > \omega_{tr}$ の関係が成立している。

境界 $\mu\kappa=1$ 上では、1 次固有円振動数 $\omega^{(1)}$ は単調に増加し、2 次固有円振動数 $\omega^{(2)}$ は単調に減少するが、連結ダンパー減衰係数が重複点に至るとき両者は共に ω_{tr} で一致し、以降は一定となる。また、この場合は $\omega_{tr} = \omega_{mp}$ の関係が成立している。

境界 $\mu=\kappa$ 上では、非連結時を含め、連結ダンパーの減衰係数によらず 1 次、2 次ともに固有円振動数が同一値で一定であり、この場合、連結による制振効果は得られない。この場合も $\omega_{tr} = \omega_{mp}$ の関係が成立している。

以上のことから、いずれの場合においても、連結ダンパー減衰係数 c が無限大となったとき、2 つの固有円振動数のうちの一方が ω_{tr} に収束し、他方は ω_{mp} に収束する。

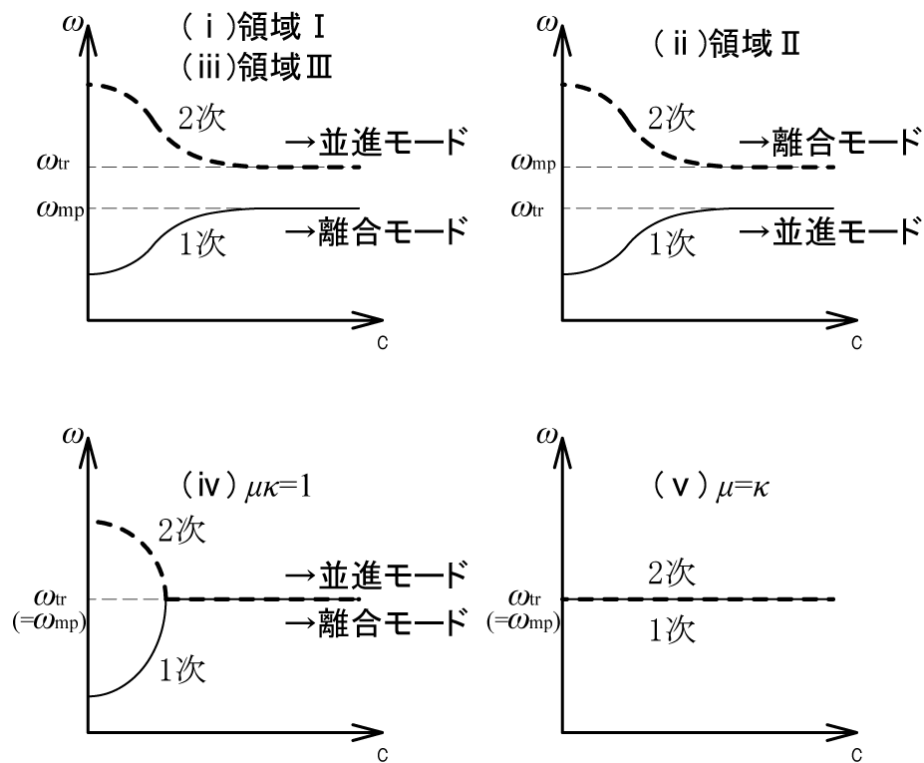


図 2.8.3 領域分類によって異なる固有円振動数の変動の様相

領域ⅠやⅡには，アウトフレーム連結制振モデル^{12,13)}や低層建物と高層建物の連結モデル等が該当する．領域Ⅲには，鉄筋コンクリート構造（重くて剛）と鉄骨構造（軽くて柔）の連結モデル等が該当する．

なお，序文でも述べたように，楊ら²⁴⁾は質量比と固有振動数比を軸とする平面において類似の領域分割を行っているが，そこでは定点理論に基づき，定点における伝達率の特性に関する領域分割を行っており，連結ダンパー容量の増加に対する減衰定数や固有振動数の変動特性に関する分類を行っている本論文とは目的が異なる．また，本論文での記号を用いると，楊らの領域境界は $\mu=\kappa$ と $\kappa=1/(2\mu+1)$ であり，連結制振モデルにおいて自明の境界である $\mu=\kappa$ は同じであるものの，他方のものは本論文で示す領域境界の $\kappa=1/\mu$ （ $\mu\kappa=1$ ）とは異なる．

2.9 減衰定数とダンパーストロークの関係

前節までにおいて，二棟それぞれの質量および剛性が定められたとき，その質量比および剛性比の値に応じて，連結ダンパー減衰係数の増加に伴う固有振動数や減衰定数の変動の様相を述べてきた．本節では，固有振動数や減衰定数と同様に，系毎に定まる量としてのダンパーストロークを定義し，その変動の様相について調べ，系の振動特性の1つである減衰定数との関連性を示す．

2.9.1 ダンパーストロークの定義

2つの質点の静止状態での質点間距離を l_0 とする．静止状態からの2つの質点それぞれの変位を図2.9.1のように x ， X とし，そのときダンパーに生じている静止状態からの伸縮量 Δl は $\Delta l = X - x$ として定義できる．

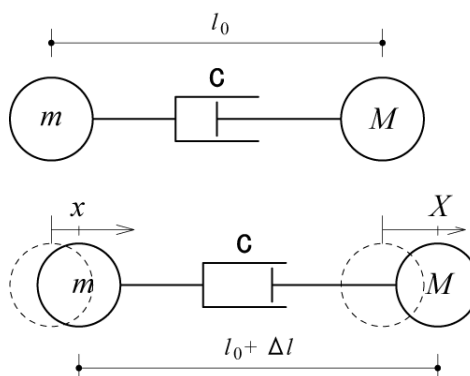


図 2.9.1 質点の変位とダンパーの伸縮

$\mu = \kappa$ の場合、すなわち、非連結時の二棟が同一の固有周期を有する場合、連結後も固有周期は変わらず、地動入力に対し同一の変位で並進応答することとなり $\Delta l = 0$ の状態で運動が生じることになるが、その場合を除き、質点の運動に伴って質点間の距離は常に変動しダンパーには伸縮 $\Delta l (\neq 0)$ が生じる。

本論文で考えている連結系では、主系および副系の構造減衰を考慮していないため、系に入力されるエネルギーを消費することのできる要素は連結ダンパーのみである。入力エネルギーは連結ダンパーが速度を伴って伸縮することにより消費されることを考えると、連結ダンパーの伸縮量の大小は系の減衰の増減に影響を及ぼすものと考えられる。以下では連結ダンパーの伸縮に着目する。

主系と副系それぞれの質量と剛性、および、それらを連結するダンパーの減衰係数が定まると、既に 2.4 節において図 2.4.3(a)～(d)で示したように c の値毎に 1 次および 2 次の固有モードを描くことができる。今、連結系が r 次の固有モード定常振動を生じている場合を考える。 r 次の固有ベクトルを $\{\mathbf{u}^{(r)}\} = \{u^{(r)} \ U^{(r)}\}^T$ とおき、固有円振動数 $\omega^{(r)}$ とすると、質点 m および M の変位 x および X は、 $\{\mathbf{x}\} = \{x \ X\}^T$ として、

$$\mathbf{x}^{(r)}(t) = \text{Re} \left[\alpha^{(r)} \cdot \mathbf{u}^{(r)} \cdot e^{i\omega^{(r)}t} \right] \quad (2.9.1)$$

で表される。従って、 r 次の固有振動に対するダンパーの伸縮 Δl は、

$$\Delta l(t) = X(t) - x(t) = \text{Re} \left[\alpha^{(r)} \cdot (U^{(r)} - u^{(r)}) \cdot e^{i\omega^{(r)}t} \right] \quad (2.9.2)$$

となる。このことから、 r 次の固有モードでの定常状態にある連結系のダンパーは、系が 1 周期の固有振動をする間に、大きさ $|\alpha^{(r)} \cdot (U^{(r)} - u^{(r)})|$ の振幅で 1 周期の伸縮を行うこととなる。本論文では、この固有振動時の 2 質点間の距離の変動振幅をダンパーストロークと定義する。系に減衰を与える唯一の装置であるダンパーの動きを直接的に評価するこのダンパーストロークは、固有振動数や減衰定数と同様に、系にとって重要な指標の 1 つになると考えられる。

2.9.2 複素刺激関数を用いた固有振動時のダンパーストローク

二棟をそれぞれ 1 質点にモデル化しダンパーで連結したモデルにおいては、複素固有値解析から得られた固有ベクトル $\{\mathbf{u}^{(1)}\}$ および $\{\mathbf{u}^{(2)}\}$ の各成分は、2 質点間の位相差は表せているが、両者の大きさは独立の事象で質点間の比（すなわち固有モード形状）を表すにとどまる。そのため、系が地動に対して応答する際のダンパーストロークを考えるにあたり、各モード毎にどのような大きさ（モード毎の比率）で応答するかを適切に評価する必要がある。本論文では、系毎のダンパーストロークを評価するにあたり、(2.9.2)式における係数 $\alpha^{(r)}$ に相当するものとして地動加速度が作用したときの複素刺激係数 $\beta^{(r)}$ を用いることとする。 $\beta^{(r)}$ は次のように定義される⁴⁵⁾。

$$\beta^{(r)} = \frac{2\mathbf{u}^{(r)T} \mathbf{M} \mathbf{I} \operatorname{Im}[\lambda^{(r)}]}{2\lambda^{(r)} \mathbf{u}^{(r)T} \mathbf{M} \mathbf{u}^{(r)} + \mathbf{u}^{(r)T} \mathbf{C} \mathbf{u}^{(r)}} i \quad (2.9.3)$$

この $\beta^{(r)}$ は非減衰固有ベクトルを用いたモード分解における刺激係数に相当するものであり，減衰行列が比例減衰行列である場合には実数となる．この複素刺激係数 $\beta^{(r)}$ に固有ベクトル $\{\mathbf{u}^{(r)}\}$ を乗じた複素刺激関数 $\beta^{(r)}\{\mathbf{u}^{(r)}\}$ について考える．固有ベクトル $\{\mathbf{u}^{(1)}\}$ ， $\{\mathbf{u}^{(2)}\}$ について両者の大きさは独立の事象であるが，複素刺激関数 $\beta^{(1)}\{\mathbf{u}^{(1)}\}$ ， $\beta^{(2)}\{\mathbf{u}^{(2)}\}$ を用いることで，地動が作用したときの各固有モード毎の応答の大きさについて関係づけることができる．この関係を用いて系の応答を求める方法がいわゆるモーダルアナリシスである．図 2.9.2 にモーダルアナリシスの概略を示す．

複素刺激関数は， c が定まれば系毎に確定する値で，地動の特性（振幅や周波数成分等）には依存しないため，複素刺激関数を用いてダンパストロークを評価することは，地動入力に依存しない系固有の振動特性として評価することとなる．以上のようなことから，以降本論文では，複素刺激関数を用いてダンパストロークを $|\beta^{(r)}(U^{(r)} - u^{(r)})|$ として計算し，その大きさを評価する．ダンパストロークの値がより大きくなるような c を有する系の場合，外力の入力に対しダンパストロークが大きな振動が生じやすくなることから，そのような c を有する系は消費エネルギーが大きくなる可能性が高く，減衰係数の設定に際し有用な指標となりうると考えられる．

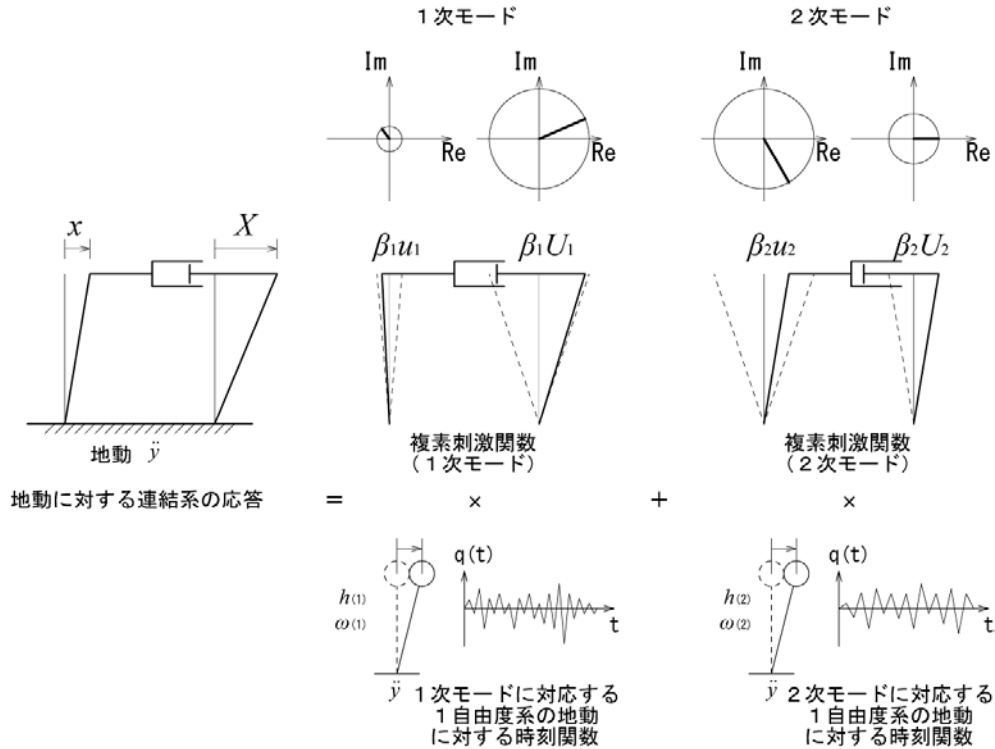


図 2.9.2 モーダルアナリシスの概略図

2.9.3 複素刺激関数の成分の総和が一定となる性質

二棟連結制振系において、連結ダンパー減衰係数 c を 0 から順次増加させた際に得られる複素刺激関数を用いて、各モード毎にダンパーストロークを計算すると、複素共役な 2 組の固有値が得られる範囲（すなわち、1 次 2 次ともに減衰定数が 1 以下となる 2.4 節における区間 A および区間 B）においては、

$$\left| \beta^{(1)} (U^{(1)} - u^{(1)}) \right| = \left| \beta^{(2)} (U^{(2)} - u^{(2)}) \right| \quad (2.9.4)$$

の特徴が得られる。

この特徴を用いて、複素刺激関数の得られない過減衰モードにおけるダンパーストロークを他方の過減衰に至っていないモードのダンパーストロークの値を利用して与えることとし、区間 A～区間 C の全範囲に対し、ダンパーストロークを定義する。これにより、次節の数値例題においては、ダンパーストロークは、

$$|\beta(U - u)| \left(= \left| \beta^{(1)} (U^{(1)} - u^{(1)}) \right| = \left| \beta^{(2)} (U^{(2)} - u^{(2)}) \right| \right) \quad (2.9.5)$$

として、モードの次数に依存しない系固有の数値として扱うこととする。

比例減衰系のように、刺激係数、刺激関数、固有ベクトルが全て実数の場合は、

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = \beta^{(1)} \begin{Bmatrix} u^{(1)} \\ U^{(1)} \end{Bmatrix} + \beta^{(2)} \begin{Bmatrix} u^{(2)} \\ U^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (2.9.6)$$

より、

$$1 = \beta^{(1)} u^{(1)} + \beta^{(2)} u^{(2)} = \beta^{(1)} U^{(1)} + \beta^{(2)} U^{(2)} \quad (2.9.7)$$

であるため、

$$-\beta^{(1)} (U^{(1)} - u^{(1)}) = \beta^{(2)} (U^{(2)} - u^{(2)}) \quad (2.9.8)$$

となり、両者の大きさが一致する。しかし、非比例減衰系で刺激関数が複素数となる場合、単純和として(2.9.6)式が成立しない。しかしながら、(2.9.6)式が成立しないにも関わらず

$$|\beta(U - u)| \left(= \left| \beta^{(1)} (U^{(1)} - u^{(1)}) \right| = \left| \beta^{(2)} (U^{(2)} - u^{(2)}) \right| \right) \quad (2.9.9)$$

となることは、特徴的である。今後、この性質についてのさらなる検討が必要である。

2.9.4 連結ダンパー減衰係数の増加に伴うダンパーストロークの変動特性

本節では、領域Ⅰ，基本モデル，領域Ⅱ，領域Ⅲに属する4種のモデルを用いた数値例題により，連結ダンパー減衰係数を増加させた場合の減衰定数およびダンパーストローク $|\beta(U-u)|$ の変動の様相について調べる．

2.9.4.1 例題1 ($\mu=1$, $\kappa=0.5$, $\mu\kappa=0.5$, 領域Ⅰ)

図 2.9.4.1.1 に示す， $\mu=2$, $\kappa=0.25$ である領域Ⅰに属するモデルの数値解析例題を示す．このモデルにおいて連結ダンパー減衰係数 c を 0 から順次増加させた場合の減衰定数 h およびダンパーストローク $|\beta(U-u)|$ の変動の様相を図 2.9.4.1.2 に示す．

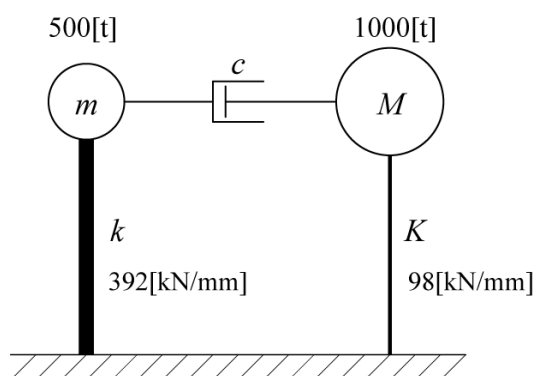


図 2.9.4.1.1 解析モデル概要

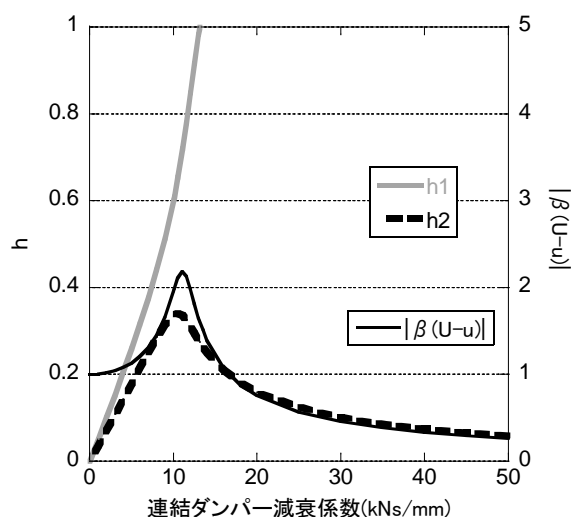


図 2.9.4.1.2 減衰定数およびダンパーストロークの変動の様相

2 次減衰定数 $h^{(2)}$: $c=10.498(\text{kNs/mm})$ のとき最大値 0.3408
 ダンパーストローク $|\beta(U-u)|$: $c=11.055(\text{kNs/mm})$ のとき最大値 2.184

2.9.4.2 例題 2 ($\mu=2$, $\kappa=0.5$, $\mu\kappa=1$, 基本モデル)

図 2.9.4.2.1 に示す, $\mu=2, \kappa=0.5$ である領域境界上 (基本モデル) に属するモデルの数値解析例題を示す. このモデルにおいて連結ダンパー減衰係数 c を 0 から順次増加させた場合の減衰定数 h およびダンパーストローク $|\beta(U-u)|$ の変動の様相を図 2.9.4.2.2 に示す.

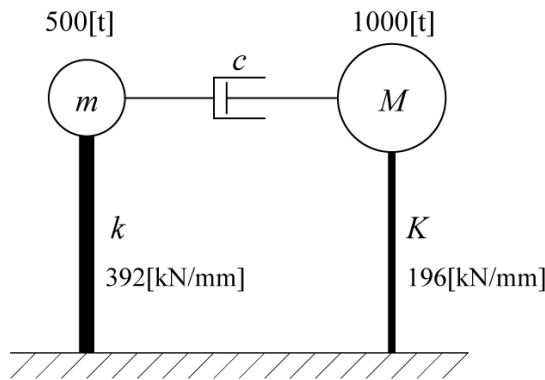


図 2.9.4.2.1 解析モデル概要

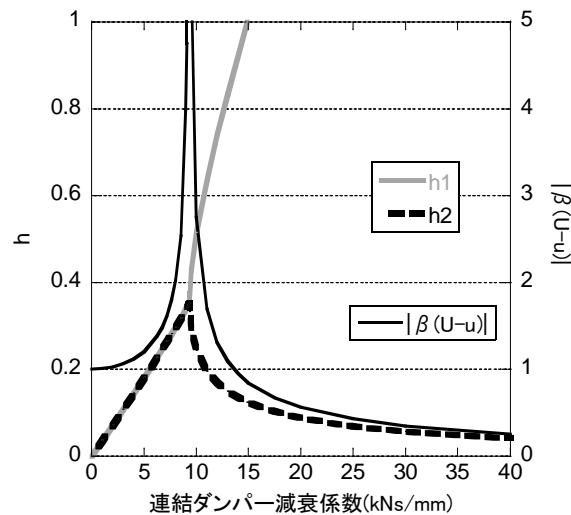


図 2.9.4.2.2 減衰定数およびダンパーストロークの変動の様相

2 次減衰定数 $h^{(2)}$: $c=9.333\cdots(\text{kNs/mm})$ のとき最大値 0.3536
 ダンパーストローク $|\beta(U-u)|$: $c=9.333\cdots(\text{kNs/mm})$ のとき最大値 ∞ に発散

2.9.4.3 例題3 ($\mu=4$, $\kappa=0.5$, $\mu\kappa=2$, 領域Ⅱ)

図 2.9.4.3.1 に示す, $\mu=4$, $\kappa=0.5$ である領域Ⅱに属するモデルの数値解析例題を示す. このモデルにおいて連結ダンパー減衰係数 c を 0 から順次増加させた場合の減衰定数 h およびダンパーストローク $|\beta(U-u)|$ の変動の様相を図 2.9.4.3.2 に示す.

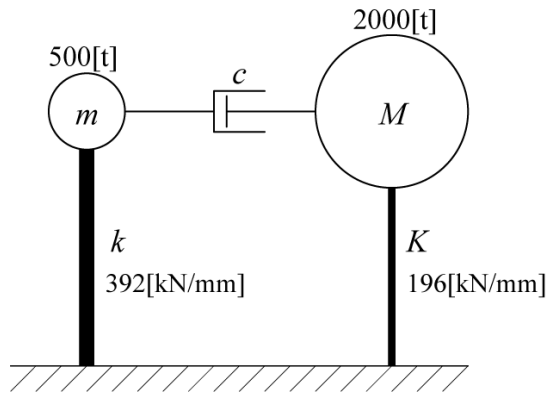


図 2.9.4.3.1 解析モデル概要

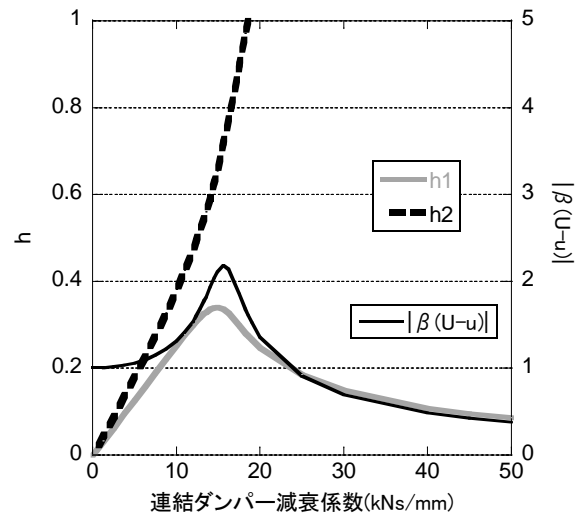


図 2.9.4.3.2 減衰定数およびダンパーストロークの変動の様相

1 次減衰定数 $h^{(1)}$: $c=14.847(\text{kNs/mm})$ のとき最大値 0.3407
 ダンパーストローク $|\beta(U-u)|$: $c=15.635(\text{kNs/mm})$ のとき最大値 2.1836

2.9.4.4 例題 4 ($\mu=2$, $\kappa=4$, $\mu\kappa=8$, 領域Ⅲ)

図 2.9.4.4.1 に示す, $\mu=2, \kappa=4$ である領域Ⅲに属するモデルの数値解析例題を示す. このモデルにおいて連結ダンパー減衰係数 c を 0 から順次増加させた場合の減衰定数 h およびダンパーストローク $|\beta(U-u)|$ の変化の様相を図 2.9.4.4.2 に示す.

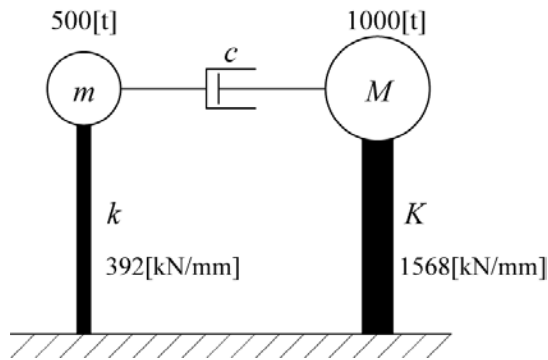


図 2.9.4.4.1 解析モデル

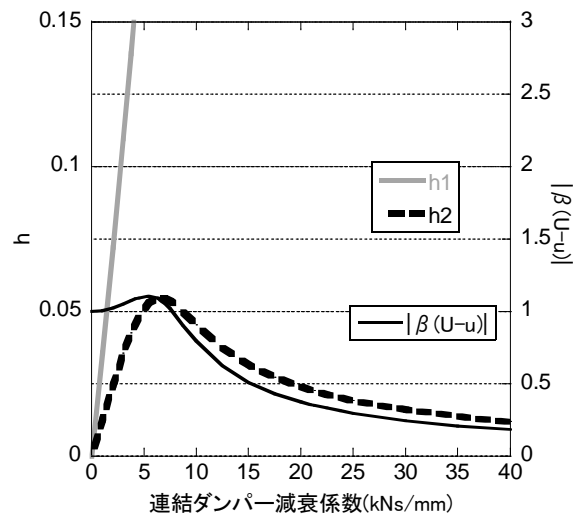


図 2.9.4.4.2 減衰定数およびダンパーストロークの変動の様相

2 次減衰定数 $h^{(2)}$: $c=6.488(\text{kNs/mm})$ のとき最大値 0.0548
 ダンパーストローク $|\beta(U-u)|$: $c=5.425(\text{kNs/mm})$ のとき最大値 1.1066

2.9.4.5 考察

以上の4種のモデルを用いた数値例題から以下の特徴が得られた。

特徴 1

全てのモデルにおいて、ダンパーストローク $|\beta(U-u)|$ の最大値を与える連結ダンパー減衰係数 c の値と、並進化モードの減衰定数の最大値を与える連結ダンパー減衰係数 c の値は互いに近い値となり、基本モデル（領域境界上で $\mu\kappa=1$ ）において両者は一致する。また、一致する場合の値は重複点における連結ダンパー減衰係数 c の値である。一致しない場合の大小関係は、領域Ⅰおよび領域Ⅱのモデルにおいては、並進化モードの減衰定数の最大値を与える c の方が、ダンパーストローク $|\beta(U-u)|$ の最大値を与える c よりも小さいが、領域Ⅲのモデルにおいては、両者の関係は逆転する。

特徴 2

全てのモデルにおいて、ダンパーストローク $|\beta(U-u)|$ が最大値を迎えて以降の減少の様子と並進化モードの減衰定数が最大値を迎えて以降の減少の様子には類似性があり、並進化モードの減衰定数とダンパーストロークの間には相互に関係があると考えられる。

2.9.5 固有モードを介した減衰定数とダンパーストロークの関係

2.9.4 節の数値例題の考察において述べた，並進化モードの減衰定数とダンパーストロークとの間にある関係について考える．

複素共役の場合の減衰定数および固有円振動数は，

$$h^{(r)} = \frac{1}{2\omega^{(r)}} \frac{\left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T [\mathbf{C}] \left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\}}{\left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T [\mathbf{M}] \left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\}} \quad (2.9.10)$$

で表される．

$$\left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\}^T = \begin{pmatrix} u^{(r)} & U^{(r)} \end{pmatrix}, \quad \left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T = \begin{pmatrix} \bar{u}^{(r)} & \bar{U}^{(r)} \end{pmatrix} \quad (\bar{u}^{(r)} \text{ は } u^{(r)} \text{ に対し複素共役})$$

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}$$

であるから，減衰定数を表す(2.9.10)式の分子は，

$$\begin{aligned} \left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T [\mathbf{C}] \left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\} &= c \left\{ \bar{u}^{(r)} (u^{(r)} - U^{(r)}) - \bar{U}^{(r)} (u^{(r)} - U^{(r)}) \right\} \\ &= c \left\{ (\bar{u}^{(r)} - \bar{U}^{(r)}) (u^{(r)} - U^{(r)}) \right\} \\ &= c \left| u^{(r)} - U^{(r)} \right|^2 \end{aligned} \quad (2.9.11)$$

となる．一方，(2.9.10)式の分母は，

$$\begin{aligned} \left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T [\mathbf{M}] \left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\} &= m \bar{u}^{(r)} u^{(r)} + M \bar{U}^{(r)} U^{(r)} = m \left| u^{(r)} \right|^2 + M \left| U^{(r)} \right|^2 \\ \left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T [\mathbf{K}] \left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\} &= k \bar{u}^{(r)} u^{(r)} + K \bar{U}^{(r)} U^{(r)} = k \left| u^{(r)} \right|^2 + K \left| U^{(r)} \right|^2 \\ \left(\omega^{(r)} \right)^2 &= \frac{\left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T [\mathbf{K}] \left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\}}{\left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T [\mathbf{M}] \left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\}} \end{aligned}$$

を用いて，

$$\begin{aligned} 2\omega^{(r)} \left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T [\mathbf{M}] \left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\} &= 2\sqrt{\left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T [\mathbf{K}] \left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\} \cdot \left\{ \bar{\mathbf{u}}^{(r)} \right\}^T [\mathbf{M}] \left\{ \mathbf{u}^{(r)} \right\}} \\ &= 2\sqrt{\left(k \left| u^{(r)} \right|^2 + K \left| U^{(r)} \right|^2 \right) \left(m \left| u^{(r)} \right|^2 + M \left| U^{(r)} \right|^2 \right)} \\ &= 2\sqrt{\left(mk \left| u^{(r)} \right|^4 + MK \left| U^{(r)} \right|^4 + (mK + Mk) \left| u^{(r)} \right|^2 \left| U^{(r)} \right|^2 \right)} \end{aligned} \quad (2.9.12)$$

となる．

(2.9.11)式に着目すると，固有ベクトルの成分差の 2 乗 $\left| u^{(r)} - U^{(r)} \right|^2$ に比例していることから，減衰定数の大きな系は $\left| u^{(r)} - U^{(r)} \right|^2$ の値もまた大きいと推察できる．

分母の存在により純粋な比例関係にあることが示せたわけではないが，ダンパーストロークが固有ベクトルの成分差を含んだ $\left| \beta^{(r)} (U^{(r)} - u^{(r)}) \right|$ の値に関係していることと，固有ベクトルの成分差である $\left| u^{(r)} - U^{(r)} \right|^2$ の値が大きいことが減衰定数を大きくすることは密接に関係していることが確認できた．

以上のことから，並進化モードの減衰定数を最大化するような c を連結ダンパー減衰係数として選択することは，外乱に対する応答の際にダンパーストロークが大きい振動モードを生じやすい系を設計することに繋がり，従って消費エネルギーの大きい系を設計する際の有用な指針となると考えられる．本論文の第3章においては，この予測に基づき，並進化モードの減衰定数を最大化するような c を連結ダンパー減衰係数に用いることが様々な地震動に対して応答低減に効果的であることを示す．

2.10 結論

本章を通して二棟の建物をそれぞれ 1 質点とした 2 自由度の平面連結せん断質点系モデルについて以下の結論を得た.

- (1) 副系に対する主系の質量比 $\mu = M/m$ (≥ 1), 剛性比 $\kappa = K/k$ を軸とする平面において, 連結ダンパー減衰係数に対する連結系の減衰定数の変動の様相を分類する領域分けが可能であることを示し, その領域は 3 領域であること, および, それらの領域境界が $\mu\kappa=1$ と $\mu=\kappa$ であることを明らかにした.
- (2) 上記領域分けのうち, $\mu > \kappa$ の範囲では, 異なる 4 つの複素固有値の実部および虚部の絶対値, またはそのどちらか一方が等しくなる点 (重複点) が存在することを明らかにし, その値を陽に誘導した.
- (3) 上記重複点を特徴付ける条件式を導いた. すなわち, それぞれの建物モデルの質量および剛性と, 連結ダンパーの減衰係数, 連結モデルの減衰定数および固有円振動数間の関係を示した.
- (4) 連結ダンパー減衰係数が無限大となる場合に, 連結系の固有モードは, 主系と副系の位相差が 0 である並進モードと, 位相差が π である離合モードの何れかに収束することを明らかにした. またその固有円振動数をそれぞれ ω_r と ω_{mp} した場合, $\omega_r = \sqrt{(K+k)/(M+m)}$, $\omega_{mp} = \sqrt{\{Kk(M+m)\}/\{Mm(K+k)\}}$ として主系と副系の質量および剛性を用いて表されることを示した.
- (5) ω_r と ω_{mp} の大小関係を表した式である $(\omega_r)^2 - (\omega_{mp})^2$ が $(\mu - \kappa)$ と $(1 - \mu\kappa)$ の積に比例していることを明らかにした. すなわち, $\mu\kappa < 1$ かつ $\mu > \kappa$ の場合は $\omega_r > \omega_{mp}$, $\mu\kappa > 1$ かつ $\mu > \kappa$ の場合は $\omega_{mp} > \omega_r$, $\mu\kappa > 1$ かつ $\mu < \kappa$ の場合は $\omega_r > \omega_{mp}$, $\mu\kappa = 1$ および $\mu = \kappa$ の場合は $\omega_r = \omega_{mp}$ であり, この境界による領域分類は(1)で述べた領域分類に対応している.
- (6) 領域分けされたいずれの領域の場合においても, 1 次の固有円振動数は連結ダンパー減衰係数の増加に伴い単調に増加しながら, ω_r あるいは ω_{mp} のうち小さい方の値に収束し, 2 次の固有円振動数は連結ダンパー減衰係数の増加に伴い単調に減少しながら, 両者のうち大きい方の値に収束することを明らかにした. 連結ダンパー減衰係数が無限大のときに離合モードに至るモードを離合化モードとし, 同じく並進モードに至るモードを並進化モードと定義すると, $\mu\kappa < 1$ (領域 I) または $\mu < \kappa$ (領域 III) の場合には $\omega_r > \omega_{mp}$ であ

り 2 次の固有円振動数が ω_r に収束するため、2 次モードが並進化モードに対応し、 $\mu\kappa > 1$ かつ $\mu > \kappa$ (領域 II) の場合には $\omega_r < \omega_{mp}$ であり 1 次の固有円振動数が ω_r に収束するため、1 次モードが並進化モードに対応していることを明らかにした。領域境界上の 1 つを表す $\mu\kappa = 1$ の関係を満たすモデル (基本モデル) では、 $\omega_r = \omega_{mp}$ であることから、 $c = 0$ で 1 次と 2 次で別々であった固有円振動数が c の増大と共に 1 次が増加、2 次が減少しながら近接し、 c が重複点に至る際に同一値 $\omega_r = \omega_{mp}$ に至り、以後その値で一定であることを示した。

- (7) 離合化モードに対応した減衰定数は、連結ダンパー減衰係数の増加に伴い単調に増加しながら過減衰域に至り増大し続け、一方、並進化モードに対応した減衰定数は、非単調に変動するが、極大値を迎えた後減少に転じ最終的に 0 に至ることを明らかにした。このうち、 $\mu\kappa < 1$ (領域 I) または $\mu < \kappa$ (領域 III) の場合には 2 次モードが並進化モードに対応し、 $\mu\kappa > 1$ かつ $\mu > \kappa$ (領域 II) の場合には 1 次モードが並進化モードに対応していることを明らかにした。領域境界上の 1 つを表す $\mu\kappa = 1$ の関係を満たすモデル (基本モデル) では、重複点まで 1 次および 2 次の減衰定数が等しく、重複点を境に減衰定数が並進化モードと離合化モードに対応した 2 つの値に分岐することを明らかにした。また、(9) に示す関係式より、 c が無限大となる場合の過減衰域の減衰定数の勾配は c の 1 次関数であることを示した。

- (8) 上記 (6) および (7) の性質は、過減衰モードを含まない場合および含む場合の両者について存在することを陽に示した。

- (9) 二棟連結制振系におけるモード間の減衰定数差と固有円振動数差の関係式

$$(h_1 - h_2)(\omega_1 - \omega_2) = \frac{M + m}{2Mm} \left(1 - \frac{\omega_r}{\omega_{mp}} \right) c$$

を導いた。また、この関係式は領域分類や過減衰域の有無によらず成立することを示した。

- (10) 領域分けされたいずれの領域の場合においても、固有モードにおける位相差は、非連結時において $1/2 \pi$ [rad] (=90[度]) であり、連結ダンパー減衰係数の増加に伴い 1 次モードまたは 2 次モードのうち一方が区間 B, C の境界において π (=180[度]) に収束し離合モードに至り、他方が連結ダンパー減衰係数 $c \rightarrow$ 無限大において 0 (=0[度]) に収束し、並進モードに至ることを明らかにした。

- (11) 固有振動状態における 1 周期あたりのダンパーの伸縮をダンパーストロークとして定義した場合，複素刺激関数を利用したダンパーストロークは，連結ダンパー減衰係数の増加に伴い非単調に変動するが，初めのうち増大するもののやがて極大値を迎え減少に転じ，最終的に 0 に至ることを示した．
- (12) 並進化モードの減衰定数の極大値を与える連結ダンパー減衰係数とダンパーストロークの極大値を与える連結ダンパー減衰係数とは近い値を示し，また $\mu\kappa=1$ の関係を満たすモデル（基本モデル）においては，両者は一致し，その値は重複点における連結ダンパー減衰係数の値と一致する．また，減衰定数の変動の様相とダンパーストロークの変動の様相は領域分類に関わらず類似性があり，また，両者の定義式中に共通の項が存在することを示し，両者には相関があることを明らかにした．
- (13) 上記(11)および(12)から，並進化モードの減衰定数に対し，地動応答に対する固有モードのダンパーストロークという物理的意味づけを与えることができ，並進化モードの減衰定数の極大値を与える連結ダンパー減衰係数を採用することが，設計的に有意な情報であることを示した．

3 章 二棟連結制振系の応答低減に有効な連結ダンパー減衰係数と連結ダンパー減衰係数の増加に伴う地震時応答の変動特性との関係

3.1 はじめに

前章では，二棟連結制振系において，二棟の質量比や剛性比の組合せ（3つの領域とその境界）に応じて連結ダンパー減衰係数に対する固有振動数や減衰定数の変動の様相が異なることを示し，それらがどのような関係にあるかを明らかにした．その特徴の1つとして，減衰定数の変動の様相において離合化モードの減衰定数は連結ダンパー減衰係数の増大とともに過減衰に向かい，並進化モードの減衰定数は連結ダンパー減衰係数の増大の過程で1つの極大点(最大値)を迎え，その後単調に減少することが挙げられる．本章では，この特徴に基づいて次の仮説を提唱する．

[仮説]

並進化モードの減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数を採用することは，二棟連結制振系において有効な連結ダンパー減衰係数決定法である．

本章では，この仮説の有用性を実証することを視野に入れつつ，2章で明らかにした二棟連結制振系の固有振動および減衰に関する基本特性が，実際の地震動に対する応答においてどのような影響を与えるかについて，地震時応答解析の実行とその結果の観察を通して明らかにしていく．具体的には二棟の質量と剛性の組合せ毎にモデルを構成し，そのモデル毎に連結ダンパー減衰係数をパラメトリックに0から増加させていった際の二棟(各1自由度)の最大応答変位を調べる．

またその中で，現在最も一般的に用いられている定点理論に基づいて決定される最適ダンパー減衰係数を用いた二棟連結制振系の応答値との簡単な比較を行う．定点理論は伝達関数のピークを最小化するために構成された理論であるため，定常波に対する応答低減効果はあるが多様な周波数成分をもつ多様な地震動の全てにおいて応答を最小化することを保証するようなダンパー減衰係数を理論的に与えているわけではない．

本章で行う地震時応答解析とその結果の分析を通じて，連結する建物の構成(二棟の質量比や剛性比)に応じて採用すべき連結ダンパー減衰係数の決定に関する先の仮説の有用性を示す．

3.2 対象モデル

前章では，二棟の質量比や剛性比によって分類した領域ごとに，減衰定数や固有円振動数が連結ダンパー減衰係数の増加とともにどのように変動するかを示したが，ここでは具体的な 9 個のモデルを用いた数値例題を通してその様子を示す．副系の固有周期に対する主系の固有周期の比を τ で表す．主系と副系の固有周期はそれぞれ， $2\pi\sqrt{M/K}$ および $2\pi\sqrt{m/k}$ であるから，

$$\tau = \sqrt{\frac{M}{K}} / \sqrt{\frac{m}{k}} = \sqrt{\frac{M}{m} / \frac{K}{k}} = \sqrt{\mu / \kappa}$$

である．

質量比と剛性比の平面において， τ は図 3.1 に示すような意味を有する．本章では，質量均衡型モデル ($\mu=1$)，基本モデル ($\mu\kappa=1$)，剛性均衡型モデル ($\kappa=1$) の 3 種類について，それぞれ $\tau=\sqrt{2}$ ， $\tau=2$ ， $\tau=\sqrt{10}$ の 3 つ場合，すなわち合計 $3 \times 3 = 9$ 個の解析モデルを作成し検討を行う．9 個のモデルの諸元を表 3.1～3.3 に示す．

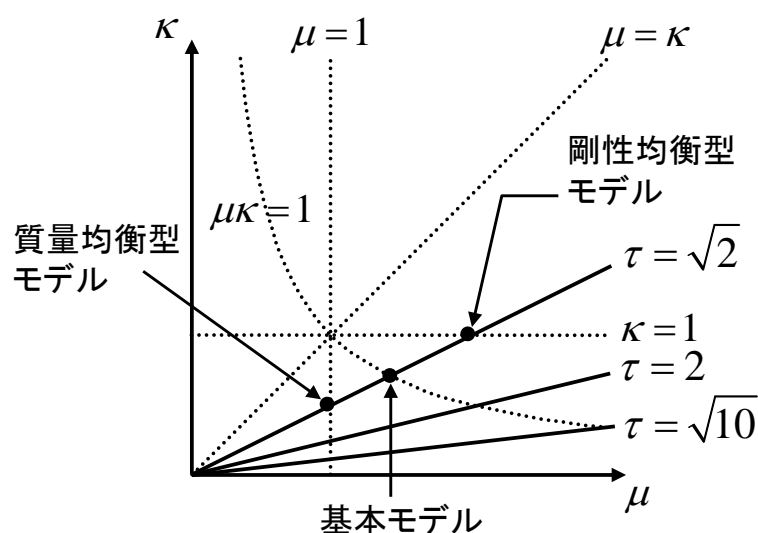


図 3.1 質量比と剛性比の平面における τ の意味

表 3.1 解析モデル諸元 ($\tau = \sqrt{2}$)

モデル	副系	主系		
		質量均衡型	基本モデル	剛性均衡型
		モデル 1	モデル 2	モデル 3
質量[t]	300	300 ($\mu=1$)	424 ($\mu=\sqrt{2}$)	600 ($\mu=2$)
剛性[kN/mm]	294	147 ($\kappa=0.5$)	208 ($\kappa=1/\sqrt{2}$)	294 ($\kappa=1$)

表 3.2 解析モデル諸元 ($\tau = 2$)

モデル	副系	主系		
		質量均衡型	基本モデル	剛性均衡型
		モデル 4	モデル 5	モデル 6
質量[t]	300	300 ($\mu=1$)	600 ($\mu=2$)	1200 ($\mu=4$)
剛性[kN/mm]	294	73.5 ($\kappa=0.25$)	147 ($\kappa=0.5$)	294 ($\kappa=1$)

表 3.3 解析モデル諸元 ($\tau = \sqrt{10}$)

モデル	副系	主系		
		質量均衡型	基本モデル	剛性均衡型
		モデル 7	モデル 8	モデル 9
質量[t]	300	300 ($\mu=1$)	949 ($\mu=\sqrt{10}$)	3000 ($\mu=10$)
剛性[kN/mm]	490	49 ($\kappa=0.1$)	155 ($\kappa=1/\sqrt{10}$)	490 ($\kappa=1$)

3.3 連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数と固有円振動数の変動特性

前節で示した固有周期比 $\tau = \sqrt{2}, 2, \sqrt{10}$ に対し質量均衡型・基本モデル・剛性均衡型に 3 分類した合計 9 つのモデルについて、連結ダンパー減衰係数 c をパラメータとして示した場合の減衰定数の変化を示したものが図 3.2 で、同じく固有円振動数の変化を示したものが図 3.3 である。

図 3.2 から読み取れる、モデルの構成要件の違いに起因する減衰定数の変化の様子の違いについて概観する。

質量均衡型モデルは領域 I に属するため、2 章で解説した通り、連結ダンパー減衰係数 c の増加に伴って 1 次減衰定数は単調に増加するが、2 次減衰定数はある点で極値をとったのち 0 に収束する。また、固有周期比の増加に伴い、1 次と 2 次の減衰定数の原点における勾配は離れることがわかる。次に、基本モデルでは、固有周期比の増加に伴い、重複点における減衰定数は大きくなるといえる。さらに、剛性均衡型モデルは領域 II にあるため、2 章で解説した通り、連結ダンパーの減衰係数の増加に伴って 2 次減衰定数は単調に増加するが、1 次減衰定数はある点で極値をとったのち 0 に収束する。すなわち、1 次振動が卓越する場合には、その減衰定数は、連結ダンパーの減衰係数を増加させても頭打ちとなるため、連結ダンパーの減衰係数を決定する際には十分な注意が必要である。また、質量均衡型モデルと同様に、固有周期比の増加に伴い、1 次と 2 次の減衰定数の原点における勾配は離れることがわかる。

次に図 3.2 の場合と同様に、図 3.3 から読み取れる、モデルの構成要件の違いに起因する固有円振動数の変化の様子の違いについて概観する。

非連結時 ($c=0$ のとき) の 1 次および 2 次の固有円振動数 ω_1, ω_2 は二棟それぞれ単独の固有円振動数に一致する。このとき、固有周期比が一定であるという条件の下で主系ないし副系の一方を統一（ここに示す例では副系を統一）すると、各モデルの固有円振動数の出発点 ($c=0$ での ω_1, ω_2 の値) は一致する。すなわち、固有周期比を揃えることで、同一値から出発した ω_1, ω_2 が 2 章で示した領域のうちどれに属するかにより、連結ダンパー減衰係数 c の増大に応じて異なる変動の様子を示すことを観察することが可能となる。

いずれの場合においても、連結ダンパー減衰係数 c が 0 から増え始めた当初は、 ω_1 の値は増加し、一方で ω_2 の値は減少し、両者は近づく。 c の増大とともに ω_1, ω_2 は $\omega_1 \leq \omega_2$ の関係を保ったまま、それぞれある値に収束することがわかる。特に、連結ダンパー減衰係数 c の増大とともに、 ω_1, ω_2 のうち一方は、並進モードの固有円振動数 $\omega_r = \sqrt{(K+k)/(M+m)}$ に収束し、もう一方の固有円振動数は離合モードの固有円振動数 $\omega_{mp} = \sqrt{Kk(M+m)/Mm(K+k)}$ に収束することが大きな特徴として読み取れる。このとき ω_r, ω_{mp} に収束するのがそれぞれ ω_1 あるいは ω_2 のいずれであるかは、2 章で分類した領域により異なる。領域 I では c の増大とともに ω_2 が

ω_r に, ω_1 が ω_{mp} に収束し, 領域 II では c の増大とともに ω_1 が ω_r に, ω_2 が ω_{mp} に収束する. また, 基本モデル (領域 I と II の境界) では ω_r と ω_{mp} の値は等しく, ω_1 , ω_2 の双方が, c が重複点に至るとともに ω_r ($=\omega_{mp}$) に至り以降その値を保つ.

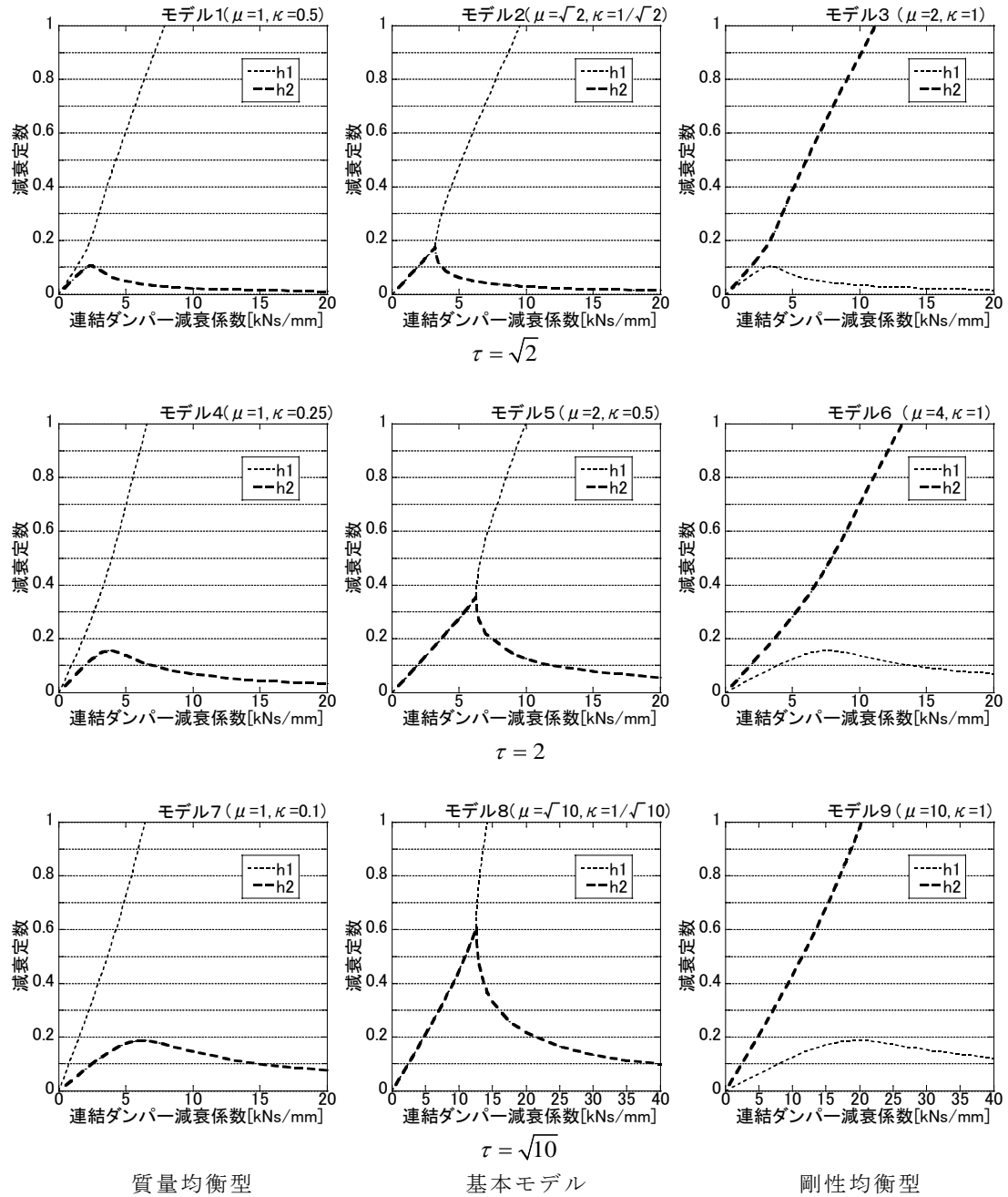


図 3.2 固有周期比 $\tau = \sqrt{2}, 2, \sqrt{10}$ のモデルの減衰定数

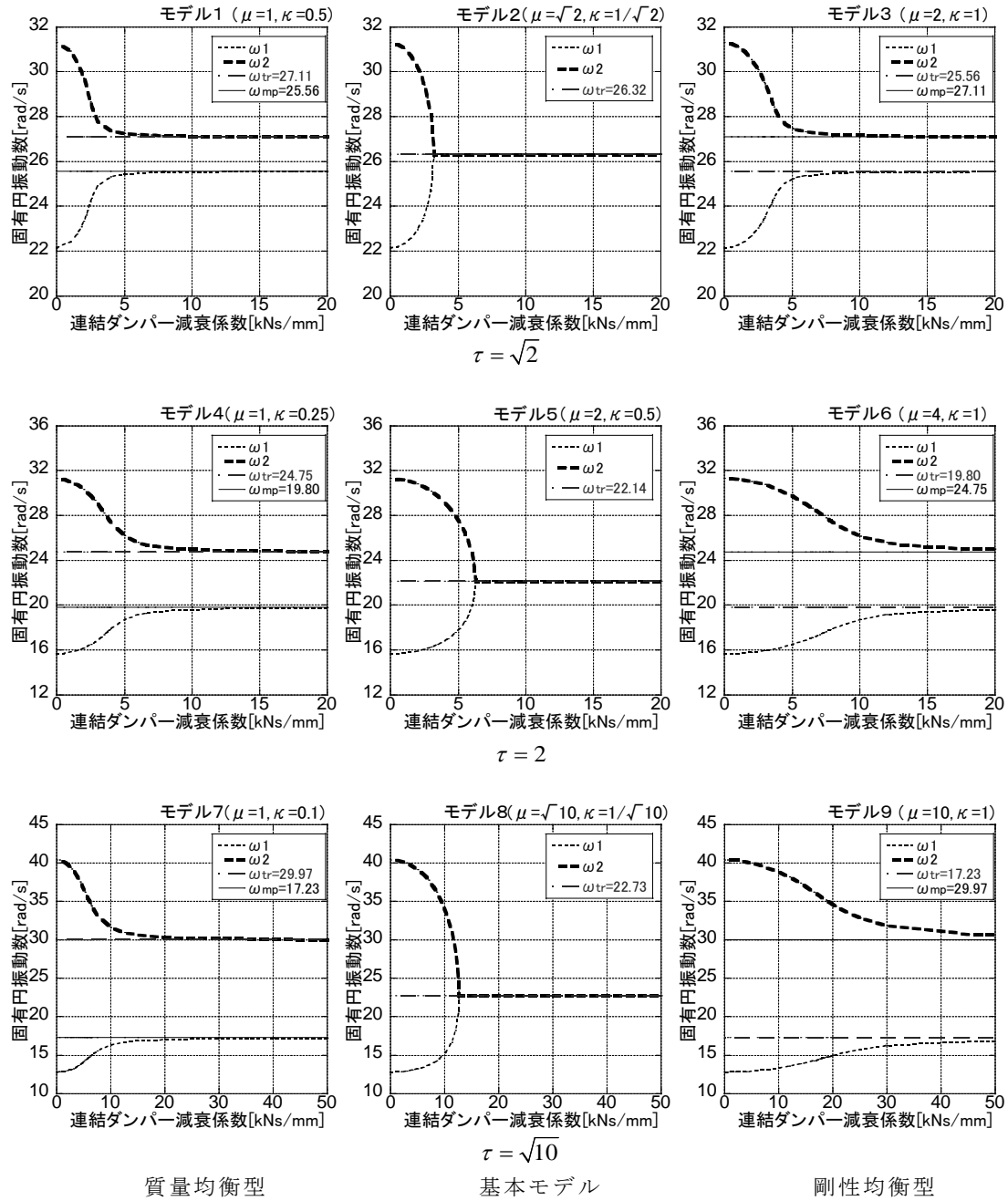


図 3.3 固有周期比 $\tau = \sqrt{2}, 2, \sqrt{10}$ のモデルの固有円振動数

図 3.2 と図 3.3 を合わせて考えると、 ω_r に収束するモード（並進化モード）に対応した減衰定数 h は極値を迎えた後に単調に減少しながら 0 へと向かい、 ω_{mp} に収束するモード（離合化モード）に対応する減衰定数 h は 1 を超え過減衰域に至ることがわかる。

3.4 採用地震波

3.2 節で述べた 9 種類のモデルに対し、以下に示す地震動を用いて応答解析を行う。

まず、記録地震波として、El Centro 1940 NS, Taft 1952 EW, JMA-Kobe 1995 NS, Hachinohe 1968 NS の 4 波について、それぞれ地動最大速度を 50[cm/s]として規準化したもの（レベル 2 相当）を用いる。次節以降にて応答結果を表すグラフの上部に“モデル 1_E_L2”等とあるのは、左から順に、モデル番号_地震動名称_地震動レベルを示しているが、このうち、地震動名称における E,T,K,H についてはそれぞれ、E:El Centro 1940 NS, T: Taft 1952 EW, K:JMA-Kobe 1995 NS, H:Hachinohe 1968 NS の略称を示す。

記録地震波の他に、減衰定数 2%, Newmark and Hall の Design Spectrum に適合するように作成した模擬地震波 10 波を作用させる。ただし 10 波の最大応答値の平均値を最大値として扱う。この模擬波の略称は w2%とする。w2%に関しても、地動最大速度を 50[cm/s]として規準化したものを用いる。

本論文では以上の 5 種の地震動を用いるが、主構造が弾性範囲を対象としているため、レベル 2 のみの検証を行っている。

3.5 連結ダンパー減衰係数の増加に伴う地震時応答の変動特性

本節では、3.2 節で示した 9 つの主系・副系の組合せによる二棟連結モデルを用い、それぞれに連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに変動させながら地震動を作用させ、その c 毎の最大応答変位を調べ、連結ダンパー減衰係数 c の増大に伴い変動する減衰定数との対応関係について考える。

モデル毎に、その概要（モデル図および諸元）、当該モデルが 2 章までに示した領域分類図においてどの位置に存在するかを示した図、さらに地震応答解析結果についてのグラフおよび表を示す。地震応答解析結果のグラフ横軸は連結ダンパー減衰係数[kNs/mm]、左縦軸は最大応答変位[cm]であるが、応答値と減衰定数の関係をわかりやすくするために、連結ダンパー減衰係数 c に応じた減衰定数 h_1 と h_2 のグラフを重ねている（減衰定数を右縦軸としている）。

なお、2 章では主系と副系の違いについて、質量に関しては M と m 、剛性に関しては K と k 、のように大文字・小文字で区別していたが、本章では 3.6 節にて登場する定点理論の説明に際し、フーリエ変換における時間領域と周波数領域との区別において通例に倣い x と X のように大文字・小文字で区別させているため、主系と副系の違いを大文字・小文字で区別することによる混乱を避け、それぞれ B 棟と A 棟のように表し、質量や剛性をそれぞれ m_B, m_A, k_B, k_A と表すこととする。

3.5.1 モデル 1 ($\mu=1$, $\kappa=0.5$, $\mu \kappa=0.5$, 領域 I /質量均衡型)

図 3.5.1.1 および表 3.5.1.1 に示す, $\mu=1, \kappa=0.5$ である領域 I (質量均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.5.1.2 に示す.

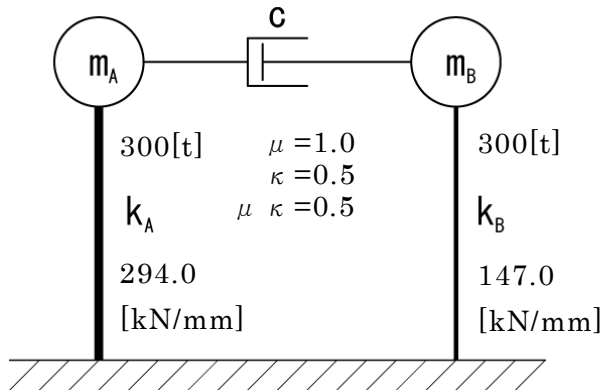


図 3.5.1.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

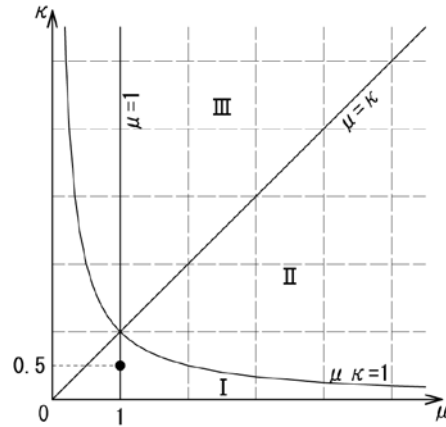


図 3.5.1.2 モデルの領域図中での位置

表 3.5.1.1 モデル諸元

質量	m_A [t]	m_B [t]	$\mu (=m_B/m_A)$	$\mu \kappa$
	300	300	1.0	
剛性	k_A [kN/mm]	k_B [kN/mm]	$\kappa (=k_B/k_A)$	0.5
	294	147	0.5	
固有円振動数	ω_A [rad/s]	ω_B [rad/s]	ω_{tr} [rad/s]	備考
	31.305	22.136	27.111	
固有周期	T_A [s]	T_B [s]	T_{tr} [s]	剛体連結に相当
	0.201	0.284	0.232	

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させながら, 各地震動毎に主系 (B 棟) の最大応答変位 $d_{\max B}$ [cm] と副系 (A 棟) の最大応答変位 $d_{\max A}$ [cm] を求め, $c=0 \sim 20$ [kNs/mm] の範囲でプロットしたものが図 3.5.1.3 である. このとき, 減衰定数も同時に示している. また, 地震動毎の $c=0$ (非連結時) における最大応答変位 $d_{\max X}(c=0)$ と, 並進モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.1.2 にまとめた. さらに, 地震動毎のパラメータ c に対する最大応答変位群の最小値 $\min(d_{\max X})$ と, 減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) それぞれについて表 3.5.1.3 にまとめた.

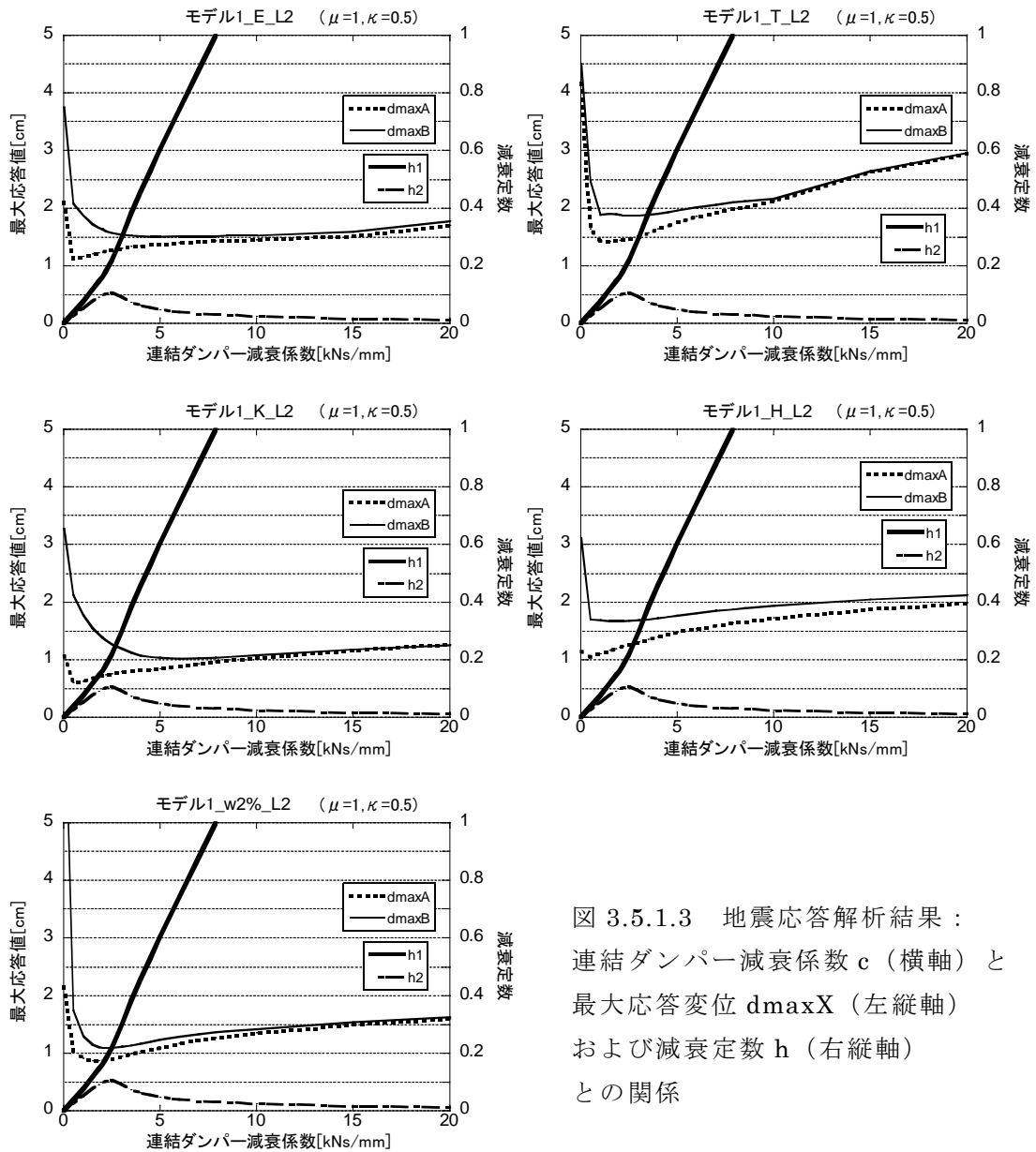


図 3.5.1.3 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c （横軸）と
最大応答変位 $d_{\max X}$ （左縦軸）
および減衰定数 h （右縦軸）
との関係

表 3.5.1.2 解析結果（非連結時と減衰定数最大時それぞれの最大応答変位の関係）

$c=2.429[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\max}=0.106$

地震動	$d_{\max A}(c=0)$ [cm]	$d_{\max B}(c=0)$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max A}(c=0)$	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max B}(c=0)$
E	2.102	3.757	1.272	1.583	0.61	0.42
T	4.178	4.518	1.472	1.876	0.35	0.42
K	1.069	3.277	0.759	1.280	0.71	0.39
H	1.155	3.114	1.260	1.675	1.09	0.54
w2%	2.161	7.424	0.893	1.097	0.41	0.15

表 3.5.1.3 解析結果（最大応答変位の最小値と減衰定数最大時の最大応答変位の関係）

$c=2.429[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\max}=0.106$

地震動	$\min(d_{\max A})$ [cm]	$\min(d_{\max B})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ / $\min(d_{\max A})$	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ / $\min(d_{\max B})$
E	1.158	1.511	1.272	1.583	1.10	1.05
T	1.423	1.874	1.472	1.876	1.03	1.00
K	0.633	1.024	0.759	1.280	1.20	1.25
H	1.107	1.670	1.260	1.675	1.14	1.00
w2%	0.865	1.090	0.893	1.097	1.03	1.01

考察： $\mu=1$, $\kappa=0.5$, $\mu \kappa=0.5$, 領域 I / 質量均衡型

表 3.5.1.2 における $d_{\max X}(h^{(tr)}_{\max})/d_{\max X}(c=0)$ は、並進化モード減衰定数最大時の非連結時からの応答低減率として考えることができる。この応答低減率は副系・主系合わせて全 10 例中、副系の Hachinohe 波の 1 例のみで応答増大が見られるが、それ以外では全て 1 以下で応答は低下している。主系においては最大でも 0.54 でかつ 5 例中 4 例が 0.5 以下で、高い低減効果が得られていると考えてよい。副系は主系ほどの応答低減率ではないが、5 例中 4 例において応答低減が得られており、総じて応答低減効果が高いことが読み取れる。

一方、表 3.5.1.3 における $d_{\max X}(h^{(tr)}_{\max})/\min(d_{\max X})$ は、並進化モード減衰定数最大時の最大応答変位の、地震動毎のパラメータ c に対する最大応答変位（群）の最小値（以下、3.5 節内ではこの値を、地震動毎の最大応答変位の最小値、と称す）に対する応答増大率として考えることができる。表 3.5.1.3 より、地震動毎の最大応答変位の最小値と比べれば、主系（B 棟）の最大応答変位は、Kobe 波以外に対しては概ね地震動毎の最大応答変位の最小値とほぼ同等（応答増大率が 1.05 以下）の結果だが、Kobe 波に対しては 1.25 とやや大き目の応答増大率が認められる。

副系（A 棟）に関しては、Taft 波、模擬波に対しては概ね地震動毎の最大応答変位の最小値とほぼ同等であるものの、Kobe 波、El Centro 波、Hachinohe 波に対してはそれぞれ 1.13, 1.27, 1.20 の応答増大率となっている。

3.5.2 モデル 2 ($\mu = \sqrt{2}$, $\kappa = 1/\sqrt{2}$, $\mu\kappa = 1$, 領域境界上/基本モデル)

図 3.5.2.1 および表 3.5.2.1 に示す, $\mu = \sqrt{2}$, $\kappa = 1/\sqrt{2}$ である領域境界上 (基本モデル) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.5.2.2 に示す.

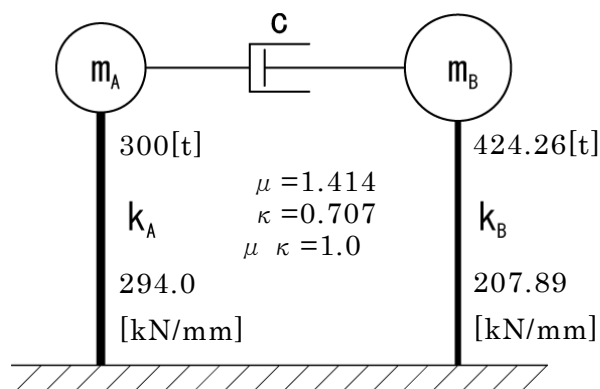


図 3.5.2.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

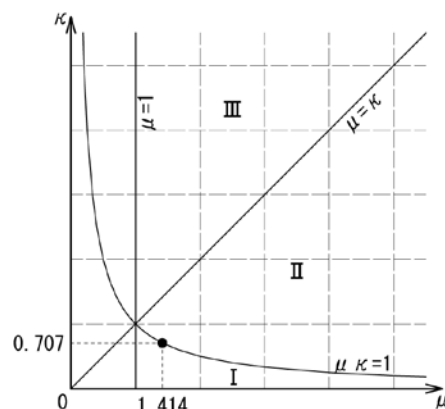


図 3.5.2.2 モデルの領域図中での位置

表 3.5.2.1 モデル諸元

質量	m_A [t]	m_B [t]	$\mu (=m_B/m_A)$	$\mu \quad \kappa$
	300	424.26	1.414($=\sqrt{2}$)	
剛性	k_A [kN/mm]	k_B [kN/mm]	$\kappa (=k_B/k_A)$	1.0
	294	207.89	0.707($=1/\sqrt{2}$)	
固有円振動数	ω_A [rad/s]	ω_B [rad/s]	ω_{tr} [rad/s]	備考
	31.305	22.136	26.324	
固有周期	T_A [s]	T_B [s]	T_{tr} [s]	$\omega_{tr} = \sqrt{\frac{k_A + k_B}{m_A + m_B}}$ 剛体連結に相当
	0.201	0.284	0.239	

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させながら, 各地震動毎に主系 (B 棟) の最大応答変位 d_{maxB} [cm] と副系 (A 棟) の最大応答変位 d_{maxA} [cm] を求め, $c=0 \sim 20$ [kNs/mm] の範囲でプロットしたものが図 3.5.2.3 である. このとき, 減衰定数も同時に示している. また, 地震動毎の $c=0$ (非連結時) における最大応答変位 $d_{maxX}(c=0)$ と, 並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(h_{max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.2.2 にまとめた. さらに, 地震動毎の最大応答変位の最小値 $\min(d_{maxX})$ と, 減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(h_{max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.2.3 にまとめた.

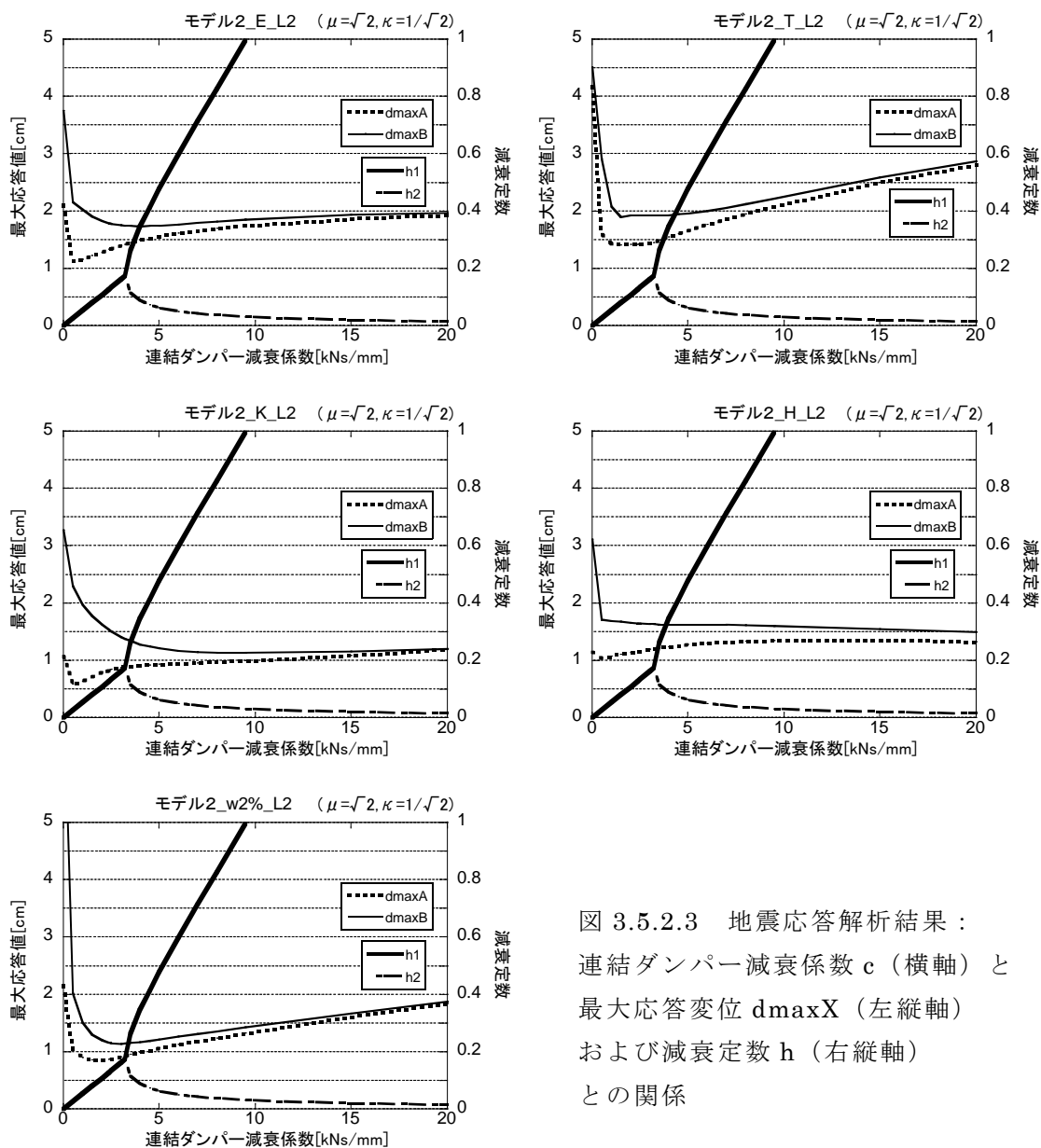


図 3.5.2.3 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 $d_{\max X}$ (左縦軸)
および減衰定数 h (右縦軸)
との関係

表 3.5.2.2 解析結果 (非連結時と減衰定数最大時それぞれの最大応答変位の関係)

$c=3.223[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\max}=0.174$

地震動	$d_{\max A}(c=0)$ [cm]	$d_{\max B}(c=0)$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max A}(c=0)$	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max B}(c=0)$
E	2.102	3.757	1.423	1.747	0.68	0.47
T	4.178	4.518	1.459	1.929	0.35	0.43
K	1.069	3.277	0.887	1.378	0.83	0.42
H	1.155	3.114	1.203	1.634	1.04	0.52
w2%	2.161	7.424	0.929	1.146	0.43	0.15

表 3.5.2.3 解析結果（最大応答変位の最小値と減衰定数最大時の最大応答変位の関係）

$c=3.223[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\max}=0.174$

地震動	$\min(d_{\max A})$ [cm]	$\min(d_{\max B})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ / $\min(d_{\max A})$	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ / $\min(d_{\max B})$
E	1.136	1.739	1.423	1.747	1.25	1.00
T	1.412	1.903	1.459	1.929	1.03	1.01
K	0.589	1.135	0.887	1.378	1.51	1.21
H	1.039	1.315	1.203	1.634	1.16	1.24
w2%	0.855	1.139	0.929	1.146	1.09	1.01

考察： $\mu=1.414$, $\kappa=0.707$, $\mu \kappa=1$, 領域境界上/基本モデル

表 3.5.2.2 より, 応答低減率は副系・主系合わせて全 10 例中, 副系の Hachinohe 波でのみ応答増大が見られるが, それ以外では全て 1 以下で応答は低下している. 主系においては応答低減率は最大でも 0.52 で, かつ, 5 例中 4 例が 0.5 以下であり, 高い低減効果が得られていると考えてよい. 副系は Taft 波に対して主系よりも応答低減率が良好であるが, 他は主系の応答低減率の方がよい. 主系か副系かを問わず総じて応答低減効果が高いことが読み取れる.

一方, 表 3.5.2.3 より, 主系 (B 棟) 最大応答変位は, El Centro 波, Taft 波, 模擬波に対しては地震動毎の最大応答変位の最小値と同等程度であるし, Hachinohe 波に対しても地震動毎の最大応答変位の最小値からの応答増大率は 1.09 であり大きくはない. Kobe 波に対しては応答増大率 1.21 とやや大き目である. 副系 (A 棟) に関しては, 並進化モード減衰定数最大時を与える c よりも小さな c で地震動毎の最大応答変位の最小値を迎える傾向にあり, Taft 波, 模擬波に対しては概ね地震動毎の最大応答変位の最小値からの応答増大率がそれぞれ 1.03 および 1.09 と小さいものの, El Centro 波, Kobe 波, Hachinohe 波に対してはそれぞれ 1.25, 1.51, 1.16 の応答増大率で小さい増大とは言えない.

3.5.3 モデル 3 ($\mu=2$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=2$, 領域Ⅱ/剛性均衡型)

図 3.5.3.1 および表 3.5.3.1 に示す, $\mu=2.0$, $\kappa=1.0$ である領域Ⅱ (剛性均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.5.3.2 に示す.

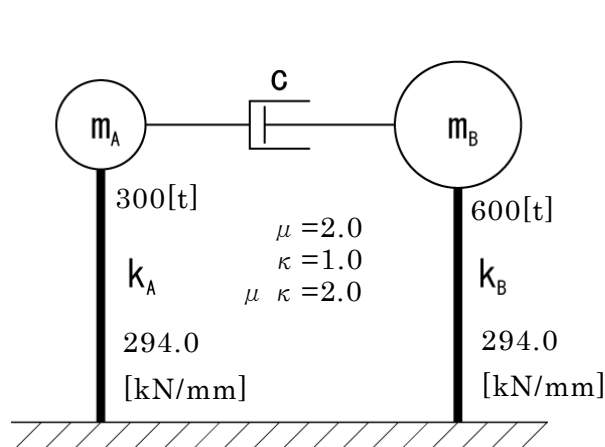


図 3.5.3.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

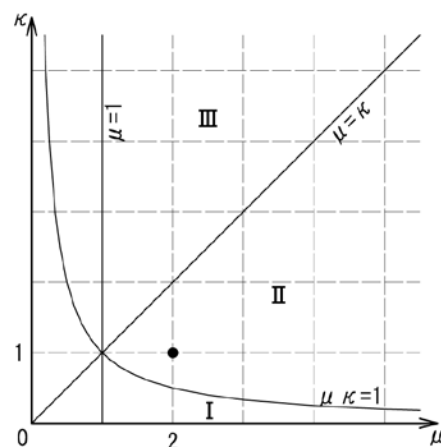


図 3.5.3.2 モデルの領域図中での位置

表 3.5.3.1 モデル諸元

質量	m_A [t]	m_B [t]	$\mu (=m_B/m_A)$	$\mu \kappa$
	300	600	2.0	
剛性	k_A [kN/mm]	k_B [kN/mm]	$\kappa (=k_B/k_A)$	2.0
	294	294	1.0	
固有円振動数	ω_A [rad/s]	ω_B [rad/s]	ω_{tr} [rad/s]	備考
	31.305	22.136	25.560	
固有周期	T_A [s]	T_B [s]	T_{tr} [s]	$\omega_r = \sqrt{\frac{k_A + k_B}{m_A + m_B}}$ 剛体連結に相当
	0.201	0.284	0.246	

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させながら, 各地震動毎に主系 (B 棟) の最大応答変位 $d_{\max B}$ [cm] と副系 (A 棟) の最大応答変位 $d_{\max A}$ [cm] を求め, $c=0 \sim 20$ [kNs/mm] の範囲でプロットしたものが図 3.5.3.3 である. このとき, 減衰定数も同時に示している. また, 地震動毎の $c=0$ (非連結時) における最大応答変位 $d_{\max X}(c=0)$ と, 並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.3.2 にまとめた. さらに, 地震動毎の最大応答変位の最小値 $\min(d_{\max X})$ と, 減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.3.3 にまとめた.

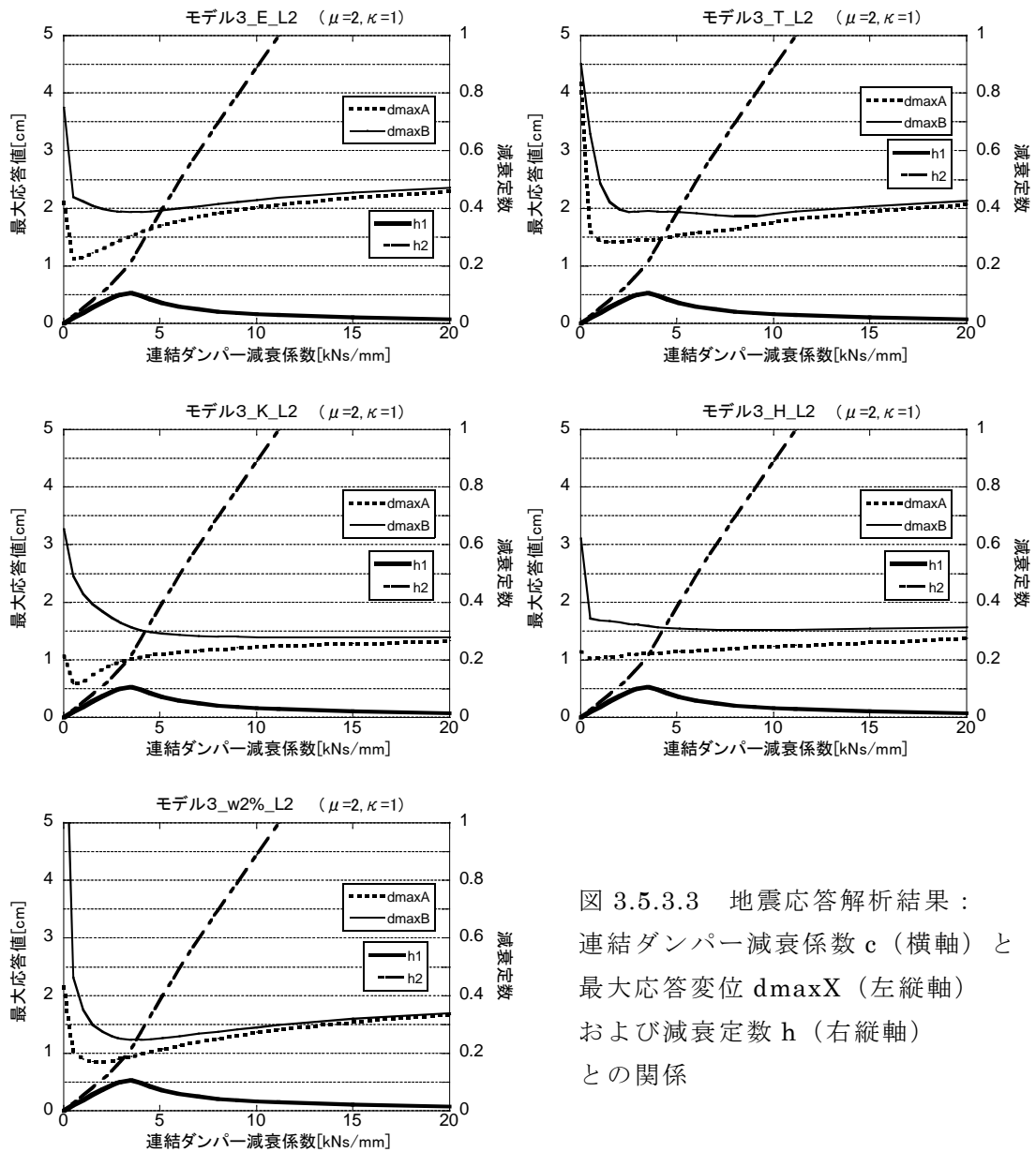


図 3.5.3.3 地震応答解析結果：
 連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
 最大応答変位 $d_{\max X}$ (左縦軸)
 および減衰定数 h (右縦軸)
 との関係

表 3.5.3.2 解析結果 (非連結時と減衰定数最大時それぞれの最大応答変位の関係)

$c=3.435[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(1)}_{\max}=0.106$

地震動	$d_{\max A}(c=0)$ [cm]	$d_{\max B}(c=0)$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(1)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(1)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(1)}_{\max})$ / $d_{\max A}(c=0)$	$d_{\max B}(h^{(1)}_{\max})$ / $d_{\max B}(c=0)$
E	2.102	3.757	1.523	1.941	0.72	0.52
T	4.178	4.518	1.461	1.961	0.35	0.43
K	1.069	3.277	1.015	1.580	0.95	0.48
H	1.155	3.114	1.113	1.593	0.96	0.51
w2%	2.161	7.424	0.944	1.238	0.44	0.17

表 3.5.3.3 解析結果（最大応答変位の最小値と減衰定数最大時の最大応答変位の関係）

$c=3.435[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(1)}_{\text{max}}=0.106$

地震動	$\min(d_{\text{maxA}})$ [cm]	$\min(d_{\text{maxB}})$ [cm]	$d_{\text{maxA}}(h^{(1)}_{\text{max}})$ [cm]	$d_{\text{maxB}}(h^{(1)}_{\text{max}})$ [cm]	$d_{\text{maxA}}(h^{(1)}_{\text{max}})$ / $\min(d_{\text{maxA}})$	$d_{\text{maxB}}(h^{(1)}_{\text{max}})$ / $\min(d_{\text{maxB}})$
E	1.139	1.941	1.523	1.941	1.34	1.00
T	1.423	1.867	1.461	1.961	1.03	1.05
K	0.581	1.395	1.015	1.580	1.75	1.13
H	1.029	1.525	1.113	1.593	1.08	1.04
w2%	0.851	1.234	0.944	1.238	1.11	1.00

考察： $\mu=2$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=2$, 領域Ⅱ/剛性均衡型

表 3.5.3.2 より，応答低減率は副系と主系を合わせた 10 例の全てにおいて 1 以下で，すなわち全ての例において応答低減を達成している．主系においては最大でも 0.52 でかつ 5 例中 4 例が 0.5 以下で，高い低減効果が得られていると考えてよい．副系は Taft 波に対して主系よりも応答低減率が良好であるが，他は主系の応答低減率の方がよい．

一方，表 3.5.3.3 より，主系（B 棟）の並進化モード減衰定数最大時の最大応答変位の，地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率は，Kobe 波に対しては 1.13 あるものの，El Centro 波，Taft 波，Hachinohe 波，模擬波に対しては 1.05 以下で地震動毎の最大応答変位の最小値と同等程度の結果が得られている．副系（A 棟）に関しては，並進化モード減衰定数最大時の c よりも小さな c で地震動毎の最大応答変位の最小値を迎える傾向にあり，Taft 波，Hachinohe 波に対しては，地震動毎の最大応答変位の最小値からの応答増大率がそれぞれ 1.03, および 1.08 と小さいものの，El Centro 波，Kobe 波，模擬波に対してはそれぞれ 1.34, 1.76, 1.11 とやや大きい．

3.5.4 モデル 4 ($\mu=1$, $\kappa=0.25$, $\mu \kappa=0.25$, 領域 I / 質量均衡型)

図 3.5.4.1 および表 3.5.4.1 に示す, $\mu=1.0$, $\kappa=0.25$ である領域 I (質量均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.5.4.2 に示す.

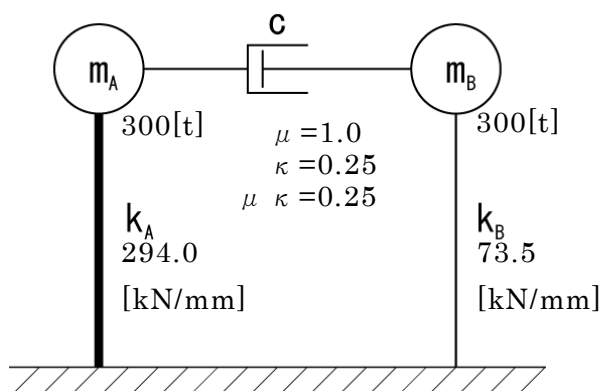


図 3.5.4.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

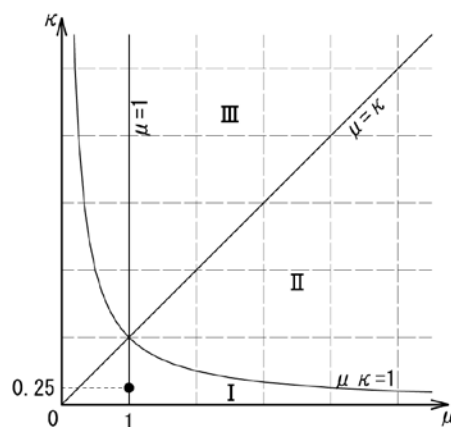


図 3.5.4.2 モデルの領域図中での位置

表 3.5.4.1 モデル諸元

質量	m_A [t]	m_B [t]	$\mu (=m_B/m_A)$	$\mu \kappa$
	300	300	1.0	
剛性	k_A [kN/mm]	k_B [kN/mm]	$\kappa (=k_B/k_A)$	0.25
	294	73.5	0.25	
固有円振動数	ω_A [rad/s]	ω_B [rad/s]	ω_{tr} [rad/s]	備考
	31.305	15.652	24.749	$\omega_r = \sqrt{\frac{k_A + k_B}{m_A + m_B}}$ 剛体連結に相当
固有周期	T_A [s]	T_B [s]	T_{tr} [s]	
	0.201	0.401	0.254	

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させながら, 各地震動毎に主系 (B 棟) の最大応答変位 $d_{\max B}$ [cm] と副系 (A 棟) の最大応答変位 $d_{\max A}$ [cm] を求め, $c=0 \sim 20$ [kNs/mm] の範囲でプロットしたものが図 3.5.4.3 である. このとき, 減衰定数も同時に示している. また, 地震動毎の $c=0$ (非連結時) における最大応答変位 $d_{\max X}(c=0)$ と, 並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.4.2 にまとめた. さらに, 地震動毎の最大応答変位の最小値 $\min(d_{\max X})$ と, 減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.4.3 にまとめた.

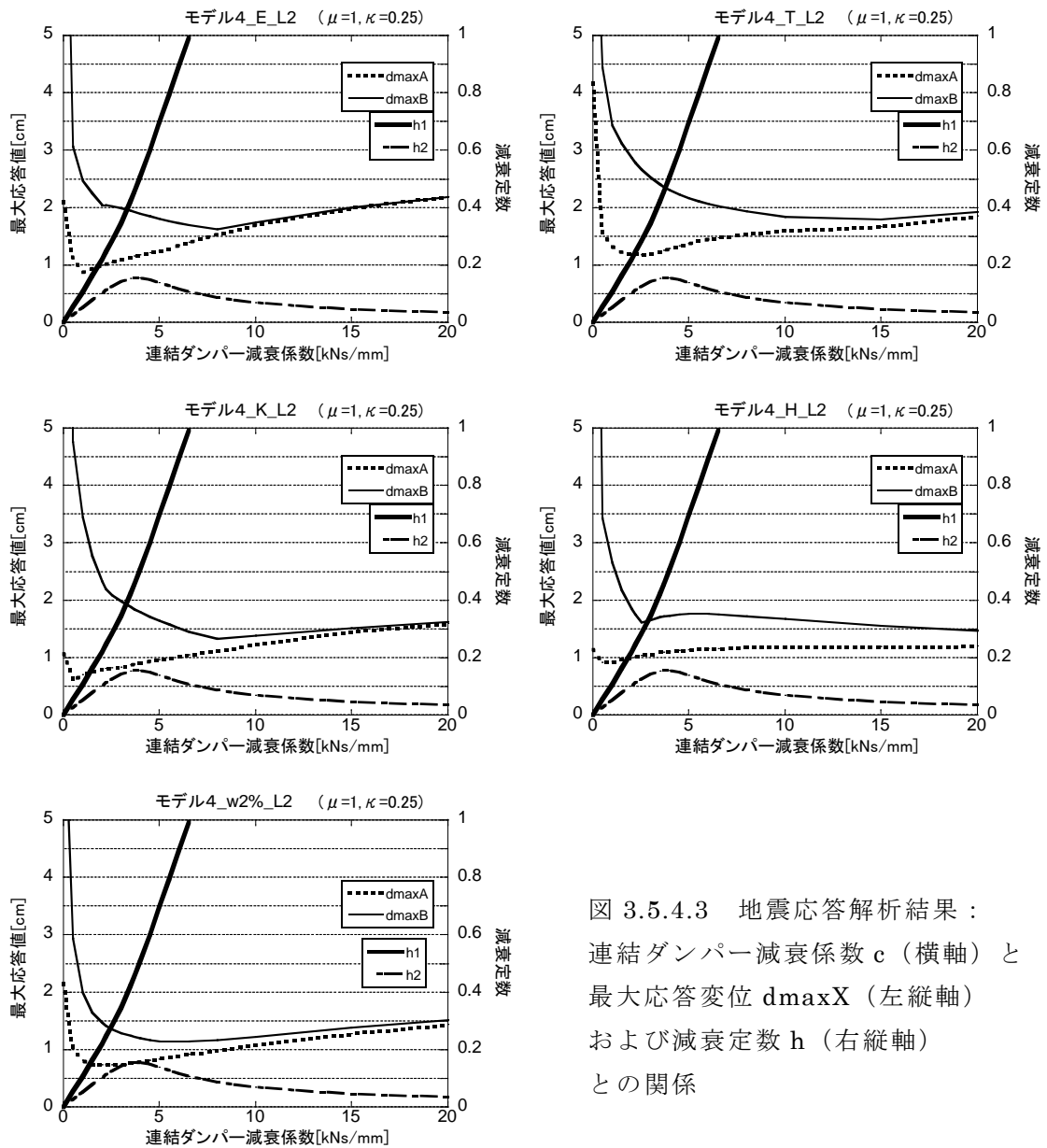


図 3.5.4.3 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c （横軸）と
最大応答変位 $d_{\max X}$ （左縦軸）
および減衰定数 h （右縦軸）
との関係

表 3.5.4.2 解析結果（非連結時と減衰定数最大時それぞれの最大応答変位の関係）

$c=3.863[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\max}=0.156$

地震動	$d_{\max A}(c=0)$ [cm]	$d_{\max B}(c=0)$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max A}(c=0)$	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max B}(c=0)$
E	2.102	9.048	1.171	1.914	0.56	0.21
T	4.178	7.834	1.278	2.335	0.31	0.30
K	1.069	10.744	0.898	1.819	0.84	0.17
H	1.155	12.466	1.105	1.733	0.96	0.14
w2%	2.161	7.319	0.782	1.210	0.36	0.17

表 3.5.4.3 解析結果（最大応答変位の最小値と減衰定数最大時の最大応答変位の関係）

$c=3.863[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.156$

地震動	$\min(d_{\text{maxA}})$ [cm]	$\min(d_{\text{maxB}})$ [cm]	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm]	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm]	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ / $\min(d_{\text{maxA}})$	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ / $\min(d_{\text{maxB}})$
E	0.942	1.635	1.171	1.914	1.24	1.17
T	1.188	1.782	1.278	2.335	1.08	1.31
K	0.607	1.349	0.898	1.819	1.48	1.35
H	0.918	1.406	1.105	1.733	1.20	1.23
w2%	0.734	1.145	0.782	1.210	1.06	1.06

考察： $\mu=1$, $\kappa=0.25$, $\mu \kappa=0.25$, 領域 I / 質量均衡型

表 3.5.4.2 より，応答低減率は副系と主系合わせた 10 例の全てにおいて 1 以下で，すなわち全ての例において応答低減を達成している．主系においては最大でも 0.30 であり，高い低減効果が得られている．また全ての例において，主系の応答低減率の方が副系よりも良好な結果となっている．

一方，表 3.5.4.3 より，主系（B 棟）の応答増大率は，模擬波に対しては 1.06 で小さ目であるが，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波に対してはそれぞれ 1.17, 1.28, 1.34, 1.18 と増大の程度は若干大きくなっている．副系（A 棟）は，並進化モード減衰定数最大時の c よりも小さな c で地震動毎の最大応答変位の最小値を迎える傾向にあり，Taft 波，模擬波に対しては地震動毎の最大応答変位の最小値からの応答増大率がそれぞれ 1.09, 1.07 と小さいものの，El Centro 波，Kobe 波，Hachinohe 波に対してはそれぞれ 1.34, 1.50, 1.21 とやや大きい．

3.5.5 モデル5 ($\mu=2$, $\kappa=0.5$, $\mu\kappa=1$, 領域境界上/基本モデル)

図 3.5.5.1 および表 3.5.5.1 に示す, $\mu=2.0, \kappa=0.5$ である領域境界上 (基本モデル) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.5.5.2 に示す.

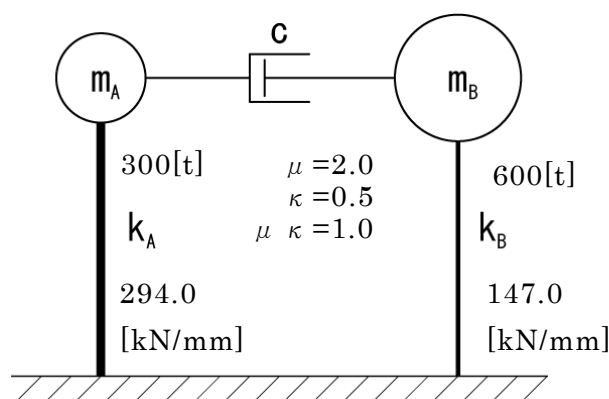


図 3.5.5.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

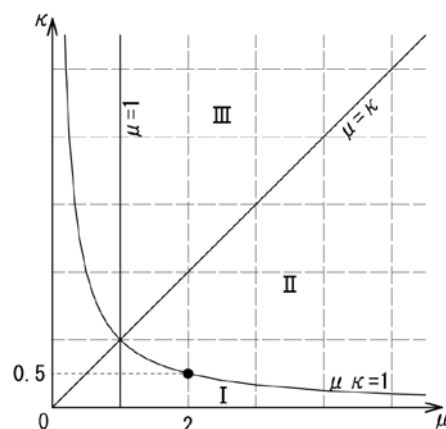


図 3.5.5.2 モデルの領域図中での位置

表 3.5.5.1 モデル諸元

質量	$m_A[t]$	$m_B[t]$	$\mu (=m_B/m_A)$	$\mu \kappa$
	300	600	2.0	
剛性	$k_A[kN/mm]$	$k_B[kN/mm]$	$\kappa (=k_B/k_A)$	1.0
	294	147	0.5	
固有円振動数	$\omega_A[rad/s]$	$\omega_B[rad/s]$	$\omega_{tr}[rad/s]$	備考
	31.305	15.652	22.136	
固有周期	$T_A[s]$	$T_B[s]$	$T_{tr}[s]$	$\omega_r = \sqrt{\frac{k_A + k_B}{m_A + m_B}}$ 剛体連結に相当
	0.201	0.401	0.284	

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させながら, 各地震動毎に主系 (B 棟) の最大応答変位 $d_{maxB}[cm]$ と副系 (A 棟) の最大応答変位 $d_{maxA}[cm]$ を求め, $c=0 \sim 20[kNs/mm]$ の範囲でプロットしたものが図 3.5.5.3 である. このとき, 減衰定数も同時に示している. また, 地震動毎の $c=0$ (非連結時) における最大応答変位 $d_{maxX}(c=0)$ と, 並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(h_{max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.5.2 にまとめた. さらに, 地震動毎の最大応答変位の最小値 $\min(d_{maxX})$ と, 減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(h_{max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.5.3 にまとめた.

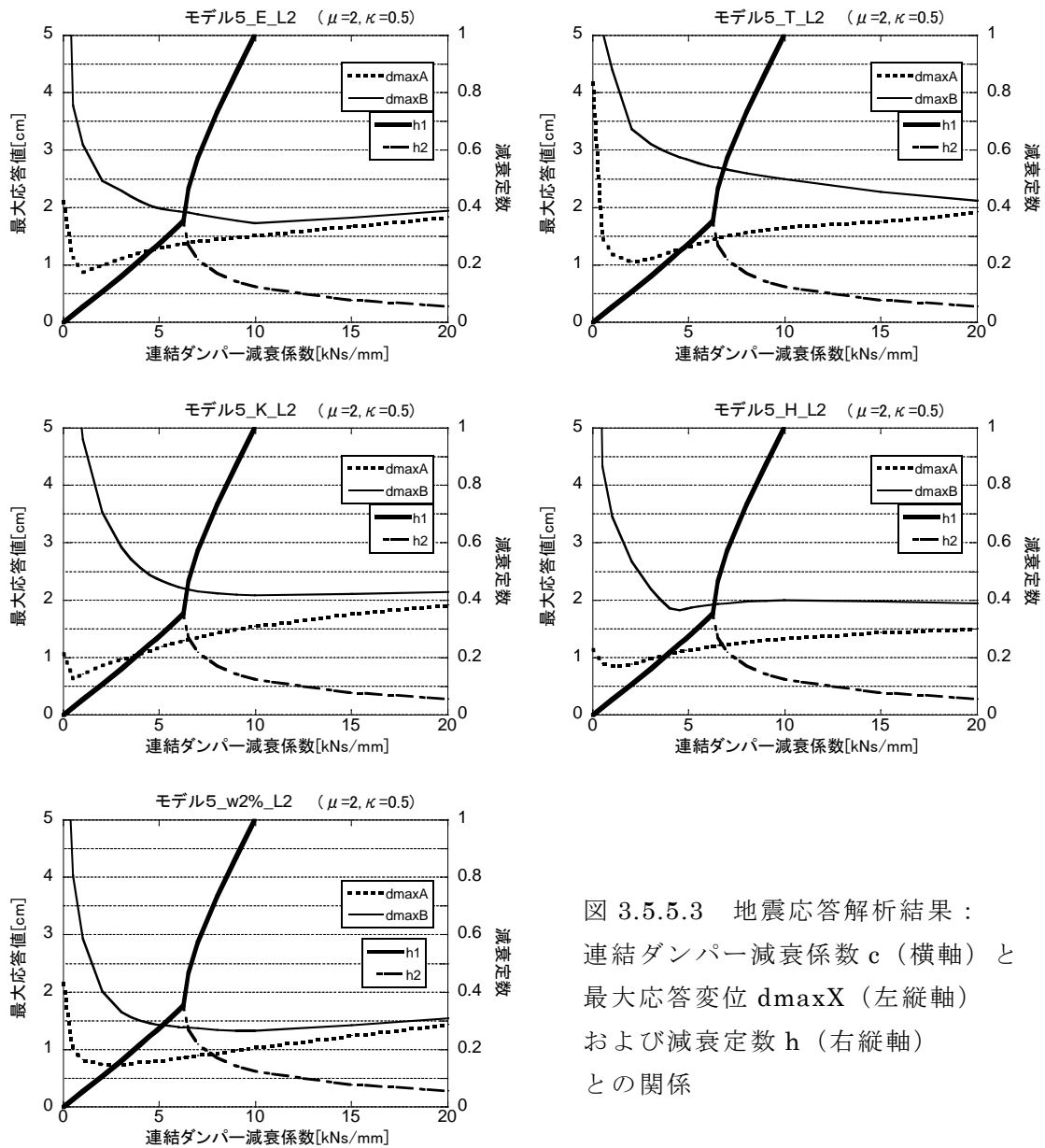


図 3.5.5.3 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c （横軸）と
最大応答変位 $d_{\max X}$ （左縦軸）
および減衰定数 h （右縦軸）
との関係

表 3.5.5.2 解析結果（非連結時と減衰定数最大時それぞれの最大応答変位の関係）

$c=6.26[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\max}=0.354$

地震動	$d_{\max A}(c=0)$ [cm]	$d_{\max B}(c=0)$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max A}(c=0)$	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max B}(c=0)$
E	2.102	9.048	1.381	1.931	0.66	0.21
T	4.178	7.834	1.450	2.717	0.35	0.35
K	1.069	10.744	1.300	2.211	1.22	0.21
H	1.155	12.466	1.204	1.931	1.04	0.15
w2%	2.161	7.319	0.866	1.395	0.40	0.19

表 3.5.5.3 解析結果（最大応答変位の最小値と減衰定数最大時の最大応答変位の関係）

$c=6.26[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.354$

地震動	$\min(d_{\text{maxA}})$ [cm]	$\min(d_{\text{maxB}})$ [cm]	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm]	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm]	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ / $\min(d_{\text{maxA}})$	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ / $\min(d_{\text{maxB}})$
E	0.876	1.715	1.381	1.931	1.58	1.13
T	1.060	2.122	1.450	2.717	1.37	1.28
K	0.630	2.094	1.300	2.211	2.06	1.06
H	0.855	1.778	1.204	1.931	1.41	1.09
w2%	0.741	1.335	0.866	1.395	1.17	1.05

考察： $\mu=2$, $\kappa=0.5$, $\mu\kappa=1$, 領域境界上/基本モデル

表 3.5.5.2 より，応答低減率は主系（B 棟）の全てにおいて 1 以下で，その値は最大値でも 0.35 であり，十分に高い低減効果が得られている．副系（A 棟）では Kobe 波と Hachinohe 波で 1 を上回るが，一方で，Taft 波と模擬波で 0.35 および 0.4 と地震動毎の差が大きい．また，全ての例において主系の応答低減率の方が副系よりもよい．

一方，表 3.5.5.3 より，並進化モード減衰定数最大時における主系（B 棟）の最大応答変位の，地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率は，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対してそれぞれ 1.06, 1.09, 1.05 と小さ目であるが，El Centro 波，Taft 波に対しては 1.13, 1.28 である．副系（A 棟）に関しては，並進化モード減衰定数最大時における最大応答変位の，地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対してそれぞれ 1.58, 1.37, 2.06, 1.41, 1.16 であり傾向として大きい．

3.5.6 モデル 6 ($\mu=4$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=4$, 領域Ⅱ/剛性均衡型)

図 3.5.6.1 および表 3.5.6.1 に示す, $\mu=4.0$, $\kappa=1.0$ である領域Ⅱ (剛性均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.5.6.2 に示す.

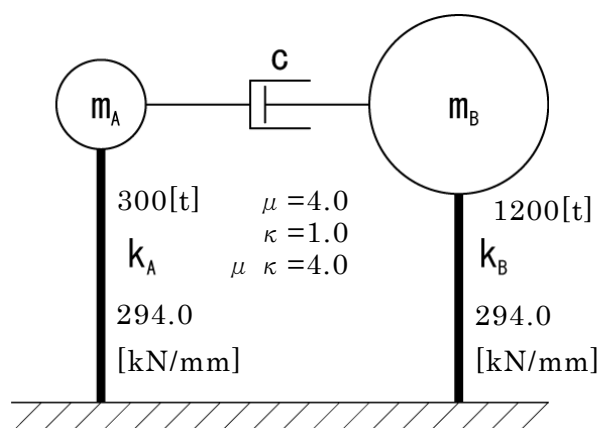


図 3.5.6.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

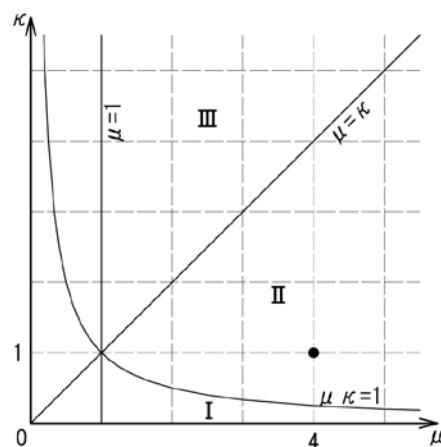


図 3.5.6.2 モデルの領域図中での位置

表 3.5.6.1 モデル諸元

質量	m_A [t]	m_B [t]	$\mu (=m_B/m_A)$	$\mu \kappa$
	300	1200	4	
剛性	k_A [kN/mm]	k_B [kN/mm]	$\kappa (=k_B/k_A)$	4.0
	294	294	1	
固有円振動数	ω_A [rad/s]	ω_B [rad/s]	ω_{tr} [rad/s]	備考
	31.305	15.652	19.799	
固有周期	T_A [s]	T_B [s]	T_{tr} [s]	$\omega_r = \sqrt{\frac{k_A + k_B}{m_A + m_B}}$ 剛体連結に相当
	0.201	0.401	0.317	

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させながら, 各地震動毎に主系 (B 棟) の最大応答変位 $d_{\max B}[\text{cm}]$ と副系 (A 棟) の最大応答変位 $d_{\max A}[\text{cm}]$ を求め, $c=0 \sim 20[\text{kNs/mm}]$ の範囲でプロットしたものが図 3.5.6.3 である. このとき, 減衰定数も同時に示している. また, 地震動毎の $c=0$ (非連結時) における最大応答変位 $d_{\max X}(c=0)$ と, 並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.6.2 にまとめた. さらに, 地震動毎の最大応答変位の最小値 $\min(d_{\max X})$ と, 減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.6.3 にまとめた.

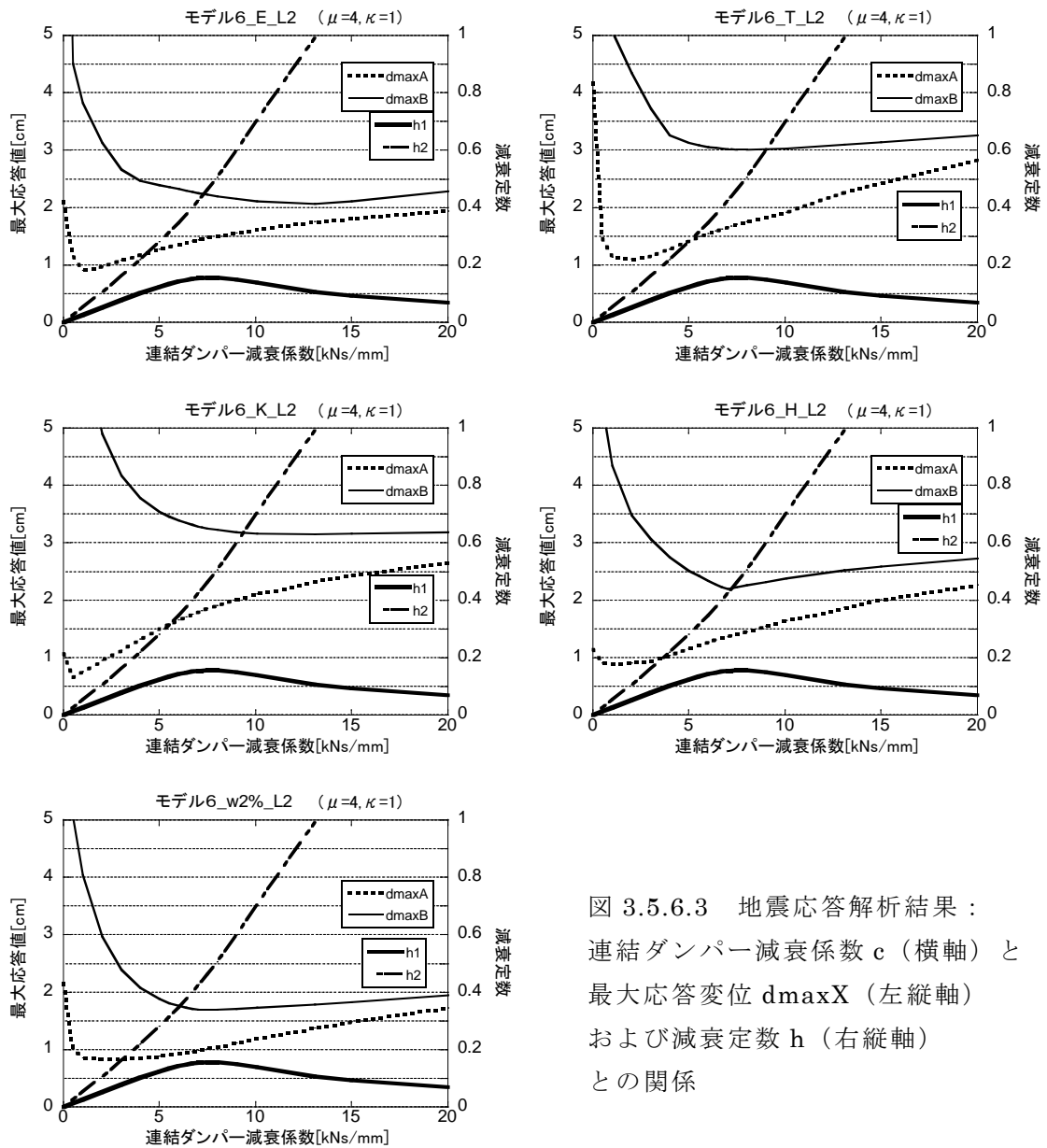


図 3.5.6.3 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 $d_{\max X}$ (左縦軸)
および減衰定数 h (右縦軸)
との関係

表 3.5.6.2 解析結果 (非連結時と減衰定数最大時それぞれの最大応答変位の関係)

$c=7.725[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(1)}_{\max}=0.156$

地震動	$d_{\max A}(c=0)$ [cm]	$d_{\max B}(c=0)$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(1)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(1)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(1)}_{\max})$ / $d_{\max A}(c=0)$	$d_{\max B}(h^{(1)}_{\max})$ / $d_{\max B}(c=0)$
E	2.102	9.048	1.488	2.222	0.71	0.25
T	4.178	7.834	1.729	3.020	0.41	0.39
K	1.069	10.744	1.882	3.247	1.76	0.30
H	1.155	12.466	1.433	2.247	1.24	0.18
w2%	2.161	7.319	1.031	1.704	0.48	0.23

表 3.5.6.3 解析結果（最大応答変位の最小値と減衰定数最大時の最大応答変位の関係）

$c=7.725[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(1)}_{\max}=0.156$

地震動	$\min(d_{\max A})$ [cm]	$\min(d_{\max B})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(1)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(1)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(1)}_{\max})$ / $\min(d_{\max A})$	$d_{\max B}(h^{(1)}_{\max})$ / $\min(d_{\max B})$
E	0.906	2.068	1.488	2.222	1.64	1.07
T	1.072	3.019	1.729	3.020	1.61	1.00
K	0.658	3.158	1.882	3.247	2.86	1.03
H	0.886	2.203	1.433	2.247	1.62	1.02
w2%	0.831	1.703	1.031	1.704	1.24	1.00

考察： $\mu=4$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=4$, 領域Ⅱ/剛性均衡型

表 3.5.6.2 より，応答低減率は主系（B 棟）の全てにおいて 1 以下で，その値は最大でも 0.39 であり，十分に高い低減効果が得られている．副系（A 棟）では Kobe 波と Hachinohe 波で 1.76 および 1.24 と 1 を上回るが，一方で，Taft 波と模擬波で 0.41 および 0.48 と大きな応答低減が得られており地震動毎の差が大きい．また，全ての例において主系の応答低減率の方が副系よりもよい．

一方，表 3.5.6.3 より，並進化モード減衰定数最大時における主系（B 棟）の最大応答変位の，地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対してそれぞれ 1.07, 1.00, 1.03, 1.02, 1.00 で概ね地震動毎の最大応答変位の最小値と同等であり，並進化モード減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数 c が良好な応答低減結果を与えている．一方で，副系（A 棟）に関しては，並進化モード減衰定数最大時における最大応答変位の，地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対してそれぞれ 1.64, 1.61, 2.86, 1.62, 1.24 と全体的に大きく増大している．

3.5.7 モデル 7 ($\mu=1$, $\kappa=0.1$, $\mu/\kappa=0.1$, 領域 I /質量均衡型)

図 3.5.7.1 および表 3.5.7.1 に示す, $\mu=1.0$, $\kappa=0.1$ である領域 I (質量均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.5.7.2 に示す.

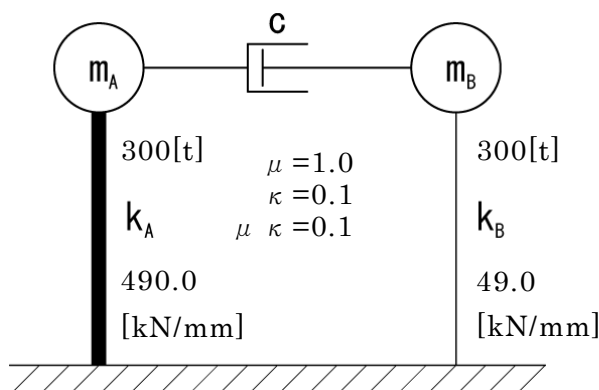


図 3.5.7.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

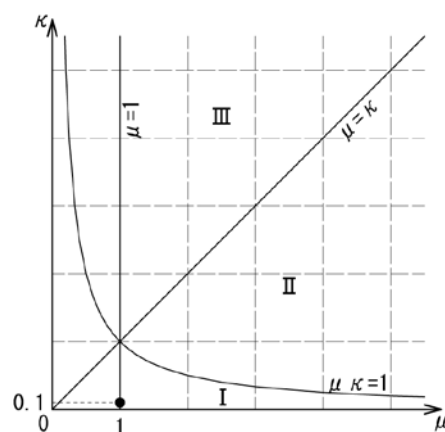


図 3.5.7.2 モデルの領域図中での位置

表 3.5.7.1 モデル諸元

質量	m_A [t]	m_B [t]	$\mu (=m_B/m_A)$	μ/κ
	300	300	1.0	
剛性	k_A [kN/mm]	k_B [kN/mm]	$\kappa (=k_B/k_A)$	0.1
	490	49	0.1	
固有円振動数	ω_A [rad/s]	ω_B [rad/s]	ω_{tr} [rad/s]	備考
	40.415	12.780	29.972	
固有周期	T_A [s]	T_B [s]	T_{tr} [s]	$\omega_r = \sqrt{\frac{k_A + k_B}{m_A + m_B}}$ 剛体連結に相当
	0.155	0.492	0.210	

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させながら, 各地震動毎に主系 (B 棟) の最大応答変位 d_{maxB} [cm] と副系 (A 棟) の最大応答変位 d_{maxA} [cm] を求め, $c=0 \sim 20$ [kNs/mm] の範囲でプロットしたものが図 3.5.7.3 である. このとき, 減衰定数も同時に示している. また, 地震動毎の $c=0$ (非連結時) における最大応答変位 $d_{maxX}(c=0)$ と, 並進モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(h_{max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.7.2 にまとめた. さらに, 地震動毎の最大応答変位の最小値 $\min(d_{maxX})$ と, 減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(h_{max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.7.3 にまとめた.

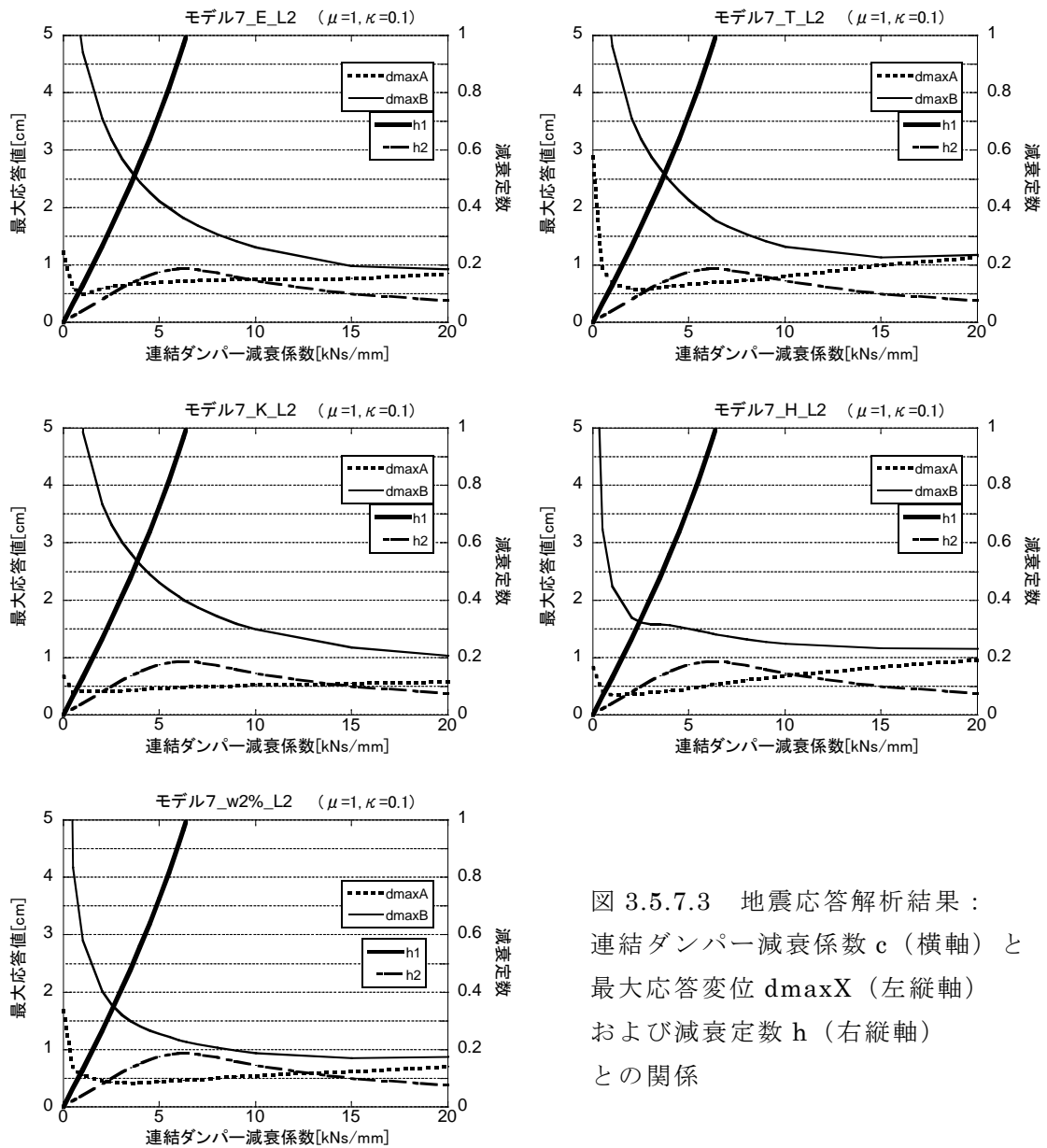


図 3.5.7.3 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c （横軸）と
最大応答変位 $d_{\max X}$ （左縦軸）
および減衰定数 h （右縦軸）
との関係

表 3.5.7.2 解析結果（非連結時と減衰定数最大時それぞれの最大応答変位の関係）

$c=6.262[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\max}=0.187$

地震動	$d_{\max A}(c=0)$ [cm]	$d_{\max B}(c=0)$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max A}(c=0)$	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max B}(c=0)$
E	1.235	15.165	0.729	1.825	0.59	0.12
T	2.885	14.424	0.703	1.813	0.24	0.13
K	0.684	12.570	0.490	2.013	0.72	0.16
H	0.830	7.854	0.537	1.423	0.65	0.18
w2%	1.686	12.956	0.468	1.153	0.28	0.09

表 3.5.7.3 解析結果（最大応答変位の最小値と減衰定数最大時の最大応答変位の関係）

$c=6.262[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.187$

地震動	$\min(d_{\text{maxA}})$ [cm]	$\min(d_{\text{maxB}})$ [cm]	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm]	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm]	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ / $\min(d_{\text{maxA}})$	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ / $\min(d_{\text{maxB}})$
E	0.554	0.932	0.729	1.825	1.32	1.96
T	0.580	1.138	0.703	1.813	1.21	1.59
K	0.409	0.815	0.490	2.013	1.20	2.47
H	0.355	1.162	0.537	1.423	1.51	1.22
w2%	0.427	0.854	0.468	1.153	1.10	1.35

考察： $\mu=1$, $\kappa=0.1$, $\mu \kappa=0.1$, 領域 I / 質量均衡型

表 3.5.7.2 より，応答低減率は主系（B 棟）の全てにおいて 1 以下で，その値は最大でも 0.18 であり，十分に高い低減効果が得られている．副系（A 棟）においても全てにおいて 1 以下で，特に Taft 波と模擬波で 0.24 および 0.28 と大きな応答低減が得られている．また，全ての例において主系の応答低減率の方が副系よりもよい．

一方，表 3.5.7.3 より，並進化モード減衰定数最大時における主系（B 棟）の最大応答変位の，地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対しそれぞれ 1.96, 1.59, 2.47, 1.22, 1.35 でいずれも大きく増大している．一方で，副系（A 棟）に関しては，並進化モード減衰定数最大時における最大応答変位の，地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対してそれぞれ 1.32, 1.21, 1.20, 1.51, 1.10 と主系に比して増大率は小さ目である．

3.5.8 モデル 8 ($\mu = \sqrt{10}$, $\kappa = 1/\sqrt{10}$, $\mu \kappa = 1$, 領域境界上/基本モデル)

図 3.5.8.1 および表 3.5.8.1 に示す, $\mu = \sqrt{10}$ ($=3.162$), $\kappa = 1/\sqrt{10}$ ($=0.316$)である領域境界上 (基本モデル) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.5.8.2 に示す.

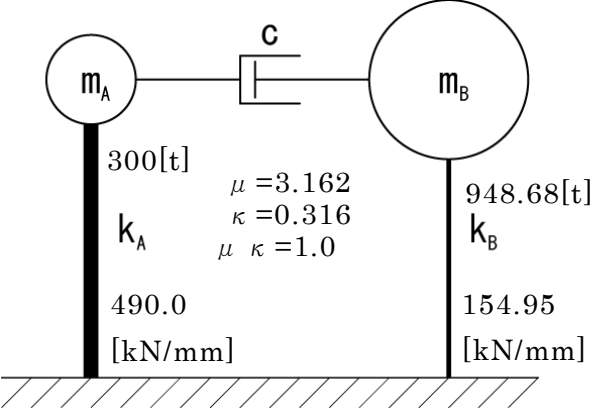


図 3.5.8.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

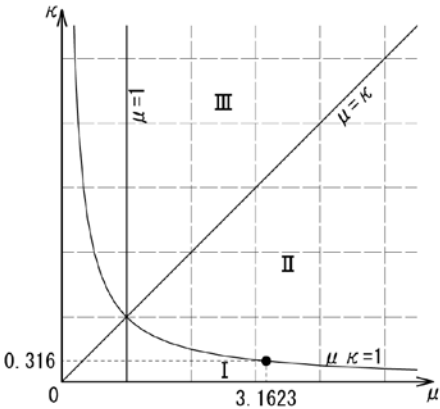


図 3.5.8.2 モデルの領域図中での位置

表 3.5.8.1 モデル諸元

質量	m_A [t]	m_B [t]	$\mu (=m_B/m_A)$	$\mu \kappa$
	300	948.68	$3.162(=\sqrt{10})$	
剛性	k_A [kN/mm]	k_B [kN/mm]	$\kappa (=k_B/k_A)$	1.0
	490	154.95	$0.316(=1/\sqrt{10})$	
固有円振動数	ω_A [rad/s]	ω_B [rad/s]	ω_{tr} [rad/s]	備考
	40.415	12.780	22.727	
固有周期	T_A [s]	T_B [s]	T_{tr} [s]	$\omega_r = \sqrt{\frac{k_A + k_B}{m_A + m_B}}$ 剛体連結に相当
	0.155	0.492	0.276	

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させながら, 各地震動毎に主系 (B 棟) の最大応答変位 $d_{\max B}[\text{cm}]$ と副系 (A 棟) の最大応答変位 $d_{\max A}[\text{cm}]$ を求め, $c=0 \sim 40[\text{kNs/mm}]$ の範囲でプロットしたものが図 3.5.8.3 である. このとき, 減衰定数も同時に示している. また, 地震動毎の $c=0$ (非連結時) における最大応答変位 $d_{\max X}(c=0)$ と, 並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.8.2 にまとめた. さらに, 地震動毎の最大応答変位の最小値 $\min(d_{\max X})$ と, 減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.8.3 にまとめた.

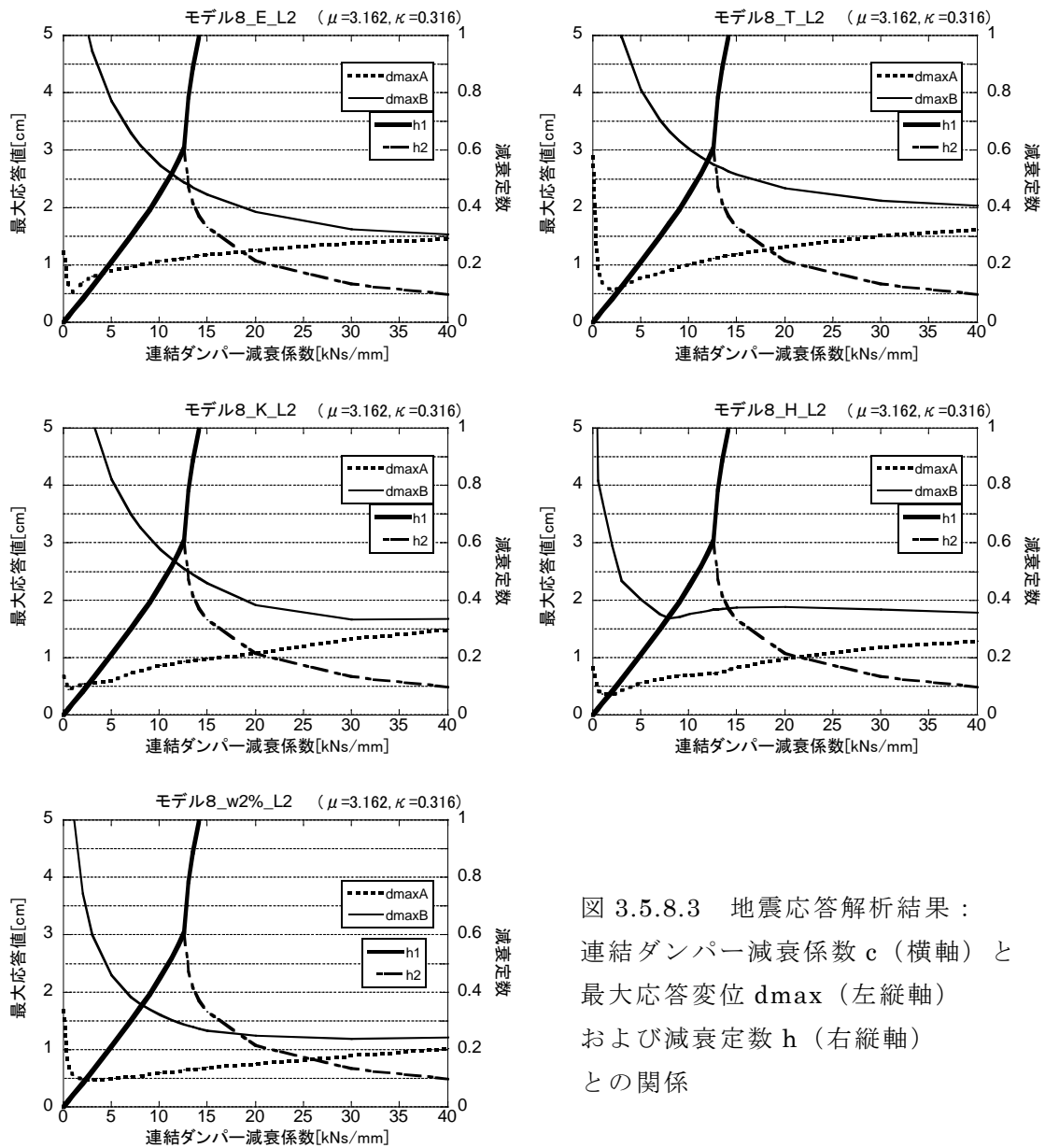


図 3.5.8.3 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 d_{\max} (左縦軸)
および減衰定数 h (右縦軸)
との関係

表 3.5.8.2 解析結果 (非連結時と減衰定数最大時それぞれの最大応答変位の関係)

$c=12.597[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\max}=0.608$

地震動	$d_{\max A}(c=0)$ [cm]	$d_{\max B}(c=0)$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max A}(c=0)$	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ / $d_{\max B}(c=0)$
E	1.235	15.165	1.133	2.443	0.92	0.16
T	2.885	14.424	1.112	2.760	0.39	0.19
K	0.684	12.570	0.934	2.553	1.37	0.20
H	0.830	7.854	0.725	1.839	0.87	0.23
w2%	1.686	12.956	0.645	1.446	0.38	0.11

表 3.5.8.3 解析結果（最大応答変位の最小値と減衰定数最大時の最大応答変位の関係）

$c=12.597[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.608$

地震動	$\min(d_{\text{maxA}})$ [cm]	$\min(d_{\text{maxB}})$ [cm]	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm]	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm]	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ / $\min(d_{\text{maxA}})$	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ / $\min(d_{\text{maxB}})$
E	0.536	1.543	1.133	2.443	2.11	1.58
T	0.543	1.956	1.112	2.760	2.05	1.41
K	0.492	1.667	0.934	2.553	1.90	1.53
H	0.354	1.508	0.725	1.839	2.05	1.22
w2%	0.472	1.197	0.645	1.446	1.37	1.21

考察： $\mu=3.16$, $\kappa=0.316$, $\mu\kappa=1$, 領域境界上/基本モデル

表 3.5.8.2 より，応答低減率は主系（B 棟）の全てにおいて 1 以下で，その値は最大でも 0.23 であり，十分に高い低減効果が得られている．副系（A 棟）では Kobe 波で 1.37 と 1 を上回るが，一方で，Taft 波と模擬波で 0.39 および 0.38 と大きな応答低減が得られており地震動毎の差が大きい．また，全ての例において主系の応答低減率の方が副系よりもよい．

一方，表 3.5.8.3 より，並進化モード減衰定数最大時における主系（B 棟）の最大応答変位の，地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対しそれぞれ 1.58, 1.41, 1.53, 1.22, 1.21 でいずれも増大している．一方で，副系（A 棟）に関しては，並進化モード減衰定数最大時における最大応答変位の，地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対してそれぞれ 2.11, 2.05, 1.90, 2.05, 1.37 といずれも大きく増大している．また主系（B 棟）と副系（A 棟）とでは応答増大率は副系（A 棟）の方が大きい．主系（B 棟）と副系（A 棟）がともに増大している結果ではあるが，主系（B 棟）の地震動毎の最大応答変位の最小値を与える連結ダンパー減衰係数 c はいずれの地震動の場合においても並進化モード減衰定数最大時の c よりも大きい．一方で，副系（A 棟）の地震動毎の最大応答変位の最小値を与える c は，いずれの地震動の場合においても並進化モード減衰定数最大時の c よりも小さい．そのため，一方の最適値に近づくことは他方の最適値から遠ざかる場合が多い．

3.5.9 モデル 9 ($\mu=10$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=10$, 領域Ⅱ/剛性均衡型)

図 3.5.9.1 および表 3.5.9.1 に示す, $\mu=10, \kappa=1.0$ である領域Ⅱ (剛性均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.5.9.2 に示す.

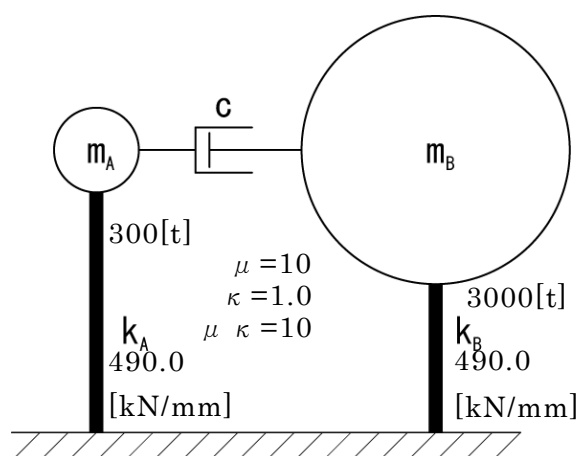


図 3.5.9.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

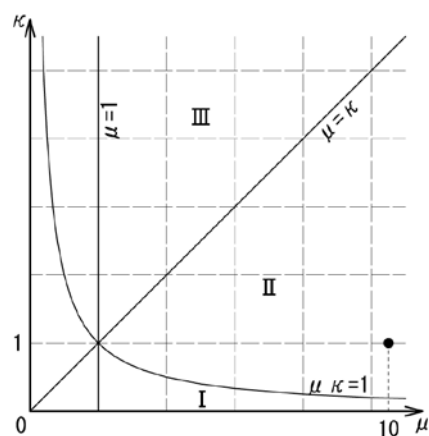


図 3.5.9.2 モデルの領域図中での位置

表 3.5.9.1 モデル諸元

質量	m_A [t]	m_B [t]	$\mu (=m_B/m_A)$	$\mu \kappa$
	300	3000	10	
剛性	k_A [kN/mm]	k_B [kN/mm]	$\kappa (=k_B/k_A)$	10
	490	490	1.0	
固有円振動数	ω_A [rad/s]	ω_B [rad/s]	ω_{tr} [rad/s]	備考
	40.415	12.780	17.233	
固有周期	T_A [s]	T_B [s]	T_{tr} [s]	$\omega_r = \sqrt{\frac{k_A + k_B}{m_A + m_B}}$ 剛体連結に相当
	0.155	0.492	0.365	

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させながら, 各地震動毎に主系 (B 棟) の最大応答変位 $d_{\max B}[\text{cm}]$ と副系 (A 棟) の最大応答変位 $d_{\max A}[\text{cm}]$ を求め, $c=0 \sim 40[\text{kNs/mm}]$ の範囲でプロットしたものが図 3.5.9.3 である. このとき, 減衰定数も同時に示している. また, 地震動毎の $c=0$ (非連結時) における最大応答変位 $d_{\max X}(c=0)$ と, 並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.9.2 にまとめた. さらに, 地震動毎の最大応答変位の最小値 $\min(d_{\max X})$ と, 減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$, および両者の比を, 副系 (A 棟) 主系 (B 棟) のそれぞれについて表 3.5.9.3 にまとめた.

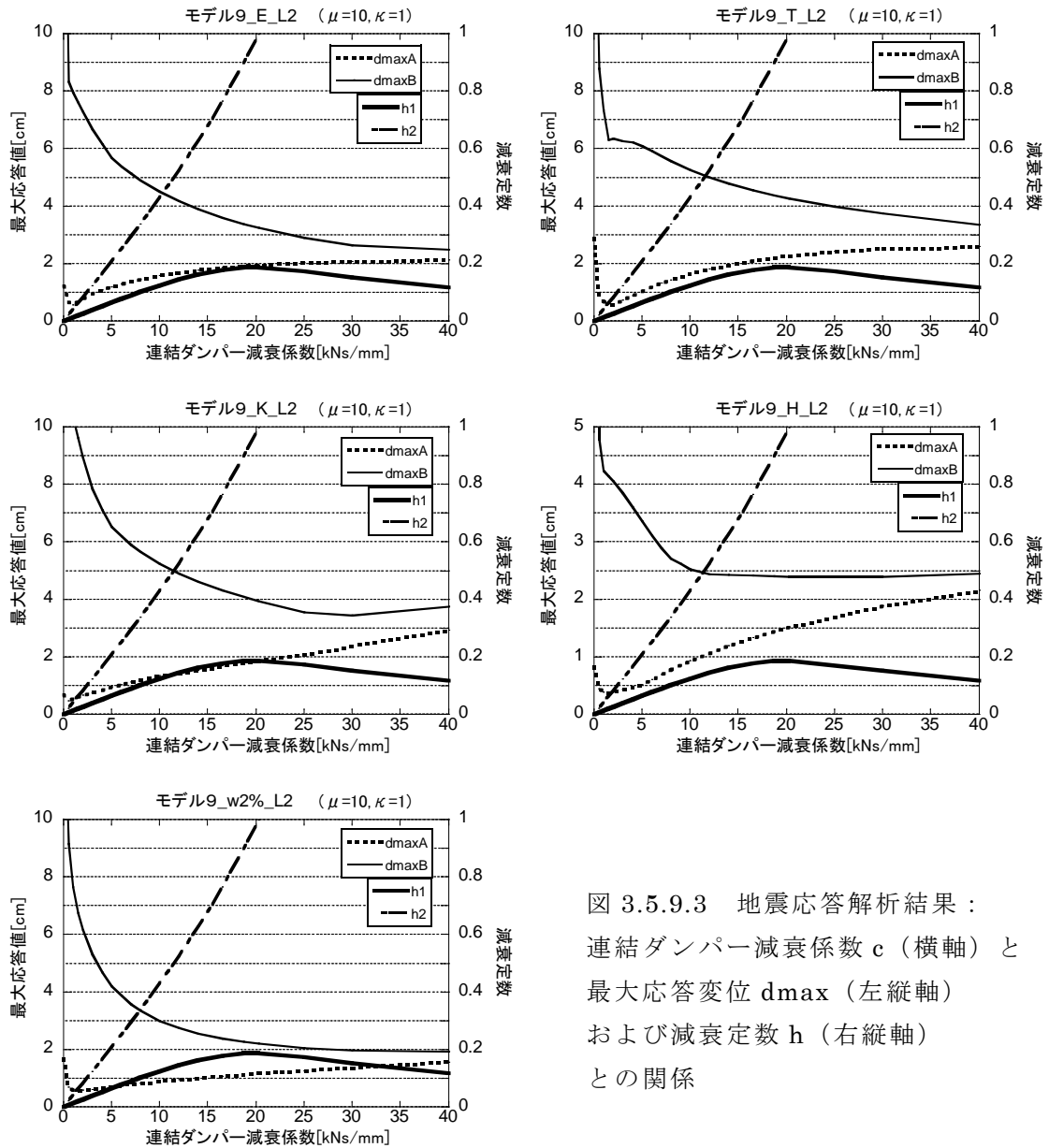


図 3.5.9.3 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c （横軸）と
最大応答変位 d_{\max} （左縦軸）
および減衰定数 h （右縦軸）
との関係

表 3.5.9.2 解析結果（非連結時と減衰定数最大時それぞれの最大応答変位の関係）

$c=19.802[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(1)}_{\max}=0.187$

地震動	$d_{\max A}(c=0)$ [cm]	$d_{\max B}(c=0)$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(1)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(1)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(1)}_{\max})$ / $d_{\max A}(c=0)$	$d_{\max B}(h^{(1)}_{\max})$ / $d_{\max B}(c=0)$
E	1.235	15.165	1.948	3.285	1.58	0.22
T	2.885	14.424	2.259	4.315	0.78	0.30
K	0.684	12.570	1.853	3.989	2.71	0.32
H	0.830	7.854	1.497	2.404	1.80	0.31
w2%	1.686	12.956	1.148	2.223	0.68	0.17

表 3.5.9.3 解析結果（最大応答変位の最小値と減衰定数最大時の最大応答変位の関係）

$c=19.802[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(1)}_{\max}=0.187$

地震動	$\min(d_{\max A})$ [cm]	$\min(d_{\max B})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(1)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max B}(h^{(1)}_{\max})$ [cm]	$d_{\max A}(h^{(1)}_{\max})$ / $\min(d_{\max A})$	$d_{\max B}(h^{(1)}_{\max})$ / $\min(d_{\max B})$
E	0.564	2.510	1.948	3.285	3.45	1.31
T	0.574	3.107	2.259	4.315	3.93	1.39
K	0.476	3.448	1.853	3.989	3.89	1.16
H	0.389	2.392	1.497	2.404	3.85	1.01
w2%	0.574	1.962	1.148	2.223	2.00	1.13

考察： $\mu=10$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=10$, 領域Ⅱ/剛性均衡型

表 3.5.9.2 より，応答低減率は主系（B 棟）の全てにおいて 1 以下で，その値は最大でも 0.32 であり，十分に高い低減効果が得られている．副系（A 棟）では Kobe 波，Hachinohe 波，El Centro 波でそれぞれ 1.58, 2.71, 1.80 と 1 を大きく上回るが，一方で，Taft 波と模擬波で 0.78 および 0.68 と応答低減が得られており地震動毎の差が大きい．また，全ての例において主系の応答低減率の方が副系よりもよい．

一方，表 3.5.9.3 より，並進化モード減衰定数最大時における主系（B 棟）の最大応答変位の，地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，模擬波に対しては，1.31, 1.39, 1.16, 1.13 と増加傾向にある．Hachinohe 波に対しては増大率 1.01 で概ね地震動毎の最大応答変位の最小値と一致する．非連結時の最大応答変位と比較すると全ての地震動に対して大きな応答低減効果が得られている．副系（A 棟）に関しては，並進化モード減衰定数最大時における地震動毎の最大応答変位の最小値からの応答増大率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対しそれぞれ 3.45, 3.93, 3.89, 3.85, 2.00 と明らかに大きい．このモデルは質量比が 10 と大きく，ダンパー減衰係数の増大と共に副系（軽い側）が主系（重い側）の振動系に合併されていく傾向にあり，副系の地震動毎の最大応答変位の最小値に近い結果を目的にすることは適当ではないと考えられる．

3.5.10 非連結時の地震時最大応答値と減衰定数を最大化する連結ダンパー 減衰係数時の地震時最大応答値との比較

3.5.1～3.5.9 節において示した，非連結時の副系（A 棟）および主系（B 棟）の最大応答変位に対する，並進化モードの減衰定数が最大となるときの副系（A 棟）および主系（B 棟）の最大応答変位の比 $d_{\max}X(h^{(tr)}_{\max})/d_{\max}X(c=0)$ は，並進化モードの減衰定数が最大となる場合の応答の非連結時の応答からの応答低減率として考えることができる．副系（A 棟）および主系（B 棟）の地震動毎の応答低減率を表 3.5.10.1 に示す．

表 3.5.10.1

並進化モード減衰定数最大時応答の非連結時応答に対する地震動毎の応答低減率

固有 周期 比	質量均衡型 (領域Ⅰ, $\mu/\kappa < 1$)	基本モデル (領域境界上, $\mu/\kappa = 1$)	剛性均衡型 (領域Ⅱ, $\mu/\kappa > 1$)																																																						
$\sqrt{2}$	モデル 1	モデル 2	モデル 3																																																						
	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>0.61</td><td>0.42</td></tr><tr><td>T</td><td>0.35</td><td>0.42</td></tr><tr><td>K</td><td>0.71</td><td>0.39</td></tr><tr><td>H</td><td>1.09</td><td>0.54</td></tr><tr><td>w</td><td>0.41</td><td>0.15</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	0.61	0.42	T	0.35	0.42	K	0.71	0.39	H	1.09	0.54	w	0.41	0.15	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>0.68</td><td>0.47</td></tr><tr><td>T</td><td>0.35</td><td>0.43</td></tr><tr><td>K</td><td>0.83</td><td>0.42</td></tr><tr><td>H</td><td>1.04</td><td>0.52</td></tr><tr><td>w</td><td>0.43</td><td>0.15</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	0.68	0.47	T	0.35	0.43	K	0.83	0.42	H	1.04	0.52	w	0.43	0.15	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>0.72</td><td>0.52</td></tr><tr><td>T</td><td>0.35</td><td>0.43</td></tr><tr><td>K</td><td>0.95</td><td>0.48</td></tr><tr><td>H</td><td>0.96</td><td>0.51</td></tr><tr><td>w</td><td>0.44</td><td>0.17</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	0.72	0.52	T	0.35	0.43	K	0.95	0.48	H	0.96	0.51	w	0.44	0.17
		A/副系	B/主系																																																						
	E	0.61	0.42																																																						
	T	0.35	0.42																																																						
	K	0.71	0.39																																																						
	H	1.09	0.54																																																						
w	0.41	0.15																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	0.68	0.47																																																							
T	0.35	0.43																																																							
K	0.83	0.42																																																							
H	1.04	0.52																																																							
w	0.43	0.15																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	0.72	0.52																																																							
T	0.35	0.43																																																							
K	0.95	0.48																																																							
H	0.96	0.51																																																							
w	0.44	0.17																																																							
	$\mu = 1, \kappa = 0.5$	$\mu = \sqrt{2}, \kappa = 1/\sqrt{2}$	$\mu = 2, \kappa = 1$																																																						
2	モデル 4	モデル 5	モデル 6																																																						
	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>0.56</td><td>0.21</td></tr><tr><td>T</td><td>0.31</td><td>0.30</td></tr><tr><td>K</td><td>0.84</td><td>0.17</td></tr><tr><td>H</td><td>0.96</td><td>0.14</td></tr><tr><td>w</td><td>0.36</td><td>0.17</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	0.56	0.21	T	0.31	0.30	K	0.84	0.17	H	0.96	0.14	w	0.36	0.17	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>0.66</td><td>0.21</td></tr><tr><td>T</td><td>0.35</td><td>0.35</td></tr><tr><td>K</td><td>1.22</td><td>0.21</td></tr><tr><td>H</td><td>1.04</td><td>0.15</td></tr><tr><td>w</td><td>0.40</td><td>0.19</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	0.66	0.21	T	0.35	0.35	K	1.22	0.21	H	1.04	0.15	w	0.40	0.19	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>0.71</td><td>0.25</td></tr><tr><td>T</td><td>0.41</td><td>0.39</td></tr><tr><td>K</td><td>1.76</td><td>0.30</td></tr><tr><td>H</td><td>1.24</td><td>0.18</td></tr><tr><td>w</td><td>0.48</td><td>0.23</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	0.71	0.25	T	0.41	0.39	K	1.76	0.30	H	1.24	0.18	w	0.48	0.23
		A/副系	B/主系																																																						
	E	0.56	0.21																																																						
	T	0.31	0.30																																																						
	K	0.84	0.17																																																						
	H	0.96	0.14																																																						
w	0.36	0.17																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	0.66	0.21																																																							
T	0.35	0.35																																																							
K	1.22	0.21																																																							
H	1.04	0.15																																																							
w	0.40	0.19																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	0.71	0.25																																																							
T	0.41	0.39																																																							
K	1.76	0.30																																																							
H	1.24	0.18																																																							
w	0.48	0.23																																																							
	$\mu = 1, \kappa = 0.25$	$\mu = 2, \kappa = 0.5$	$\mu = 4, \kappa = 1$																																																						
$\sqrt{10}$	モデル 7	モデル 8	モデル 9																																																						
	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>0.59</td><td>0.12</td></tr><tr><td>T</td><td>0.24</td><td>0.13</td></tr><tr><td>K</td><td>0.72</td><td>0.16</td></tr><tr><td>H</td><td>0.65</td><td>0.18</td></tr><tr><td>w</td><td>0.28</td><td>0.09</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	0.59	0.12	T	0.24	0.13	K	0.72	0.16	H	0.65	0.18	w	0.28	0.09	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>0.92</td><td>0.16</td></tr><tr><td>T</td><td>0.39</td><td>0.19</td></tr><tr><td>K</td><td>1.37</td><td>0.20</td></tr><tr><td>H</td><td>0.87</td><td>0.23</td></tr><tr><td>w</td><td>0.38</td><td>0.11</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	0.92	0.16	T	0.39	0.19	K	1.37	0.20	H	0.87	0.23	w	0.38	0.11	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>1.58</td><td>0.22</td></tr><tr><td>T</td><td>0.78</td><td>0.30</td></tr><tr><td>K</td><td>2.71</td><td>0.32</td></tr><tr><td>H</td><td>1.80</td><td>0.31</td></tr><tr><td>w</td><td>0.68</td><td>0.17</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	1.58	0.22	T	0.78	0.30	K	2.71	0.32	H	1.80	0.31	w	0.68	0.17
		A/副系	B/主系																																																						
	E	0.59	0.12																																																						
	T	0.24	0.13																																																						
	K	0.72	0.16																																																						
	H	0.65	0.18																																																						
w	0.28	0.09																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	0.92	0.16																																																							
T	0.39	0.19																																																							
K	1.37	0.20																																																							
H	0.87	0.23																																																							
w	0.38	0.11																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	1.58	0.22																																																							
T	0.78	0.30																																																							
K	2.71	0.32																																																							
H	1.80	0.31																																																							
w	0.68	0.17																																																							
	$\mu = 1, \kappa = 0.1$	$\mu = \sqrt{10}, \kappa = 1/\sqrt{10}$	$\mu = 10, \kappa = 1$																																																						

表 3.5.10.2 応答低減率の概要

固有 周期 比	質量均衡型 (領域Ⅰ, $\mu \kappa < 1$)		基本モデル (領域境界上, $\mu \kappa = 1$)		剛性均衡型 (領域Ⅱ, $\mu \kappa > 1$)	
	モデル 1		モデル 2		モデル 3	
$\sqrt{2}$		A B		A B		A B
	E	○ ◎	E	○ ◎	E	○ ○
	T	◎ ◎	T	◎ ◎	T	◎ ◎
	K	○ ◎	K	◎ ◎	K	◎ ◎
	H	▲ ○	H	▲ ○	H	○ ○
	w	◎ ◎	w	◎ ◎	w	◎ ◎
2	モデル 4		モデル 5		モデル 6	
		A B		A B		A B
	E	○ ◎	E	○ ◎	E	○ ◎
	T	◎ ◎	T	◎ ◎	T	◎ ◎
	K	◎ ◎	K	▲ ◎	K	▲ ◎
	H	◎ H	H	◎ H	H	▲ ◎
$\sqrt{10}$	モデル 7		モデル 8		モデル 9	
		A B		A B		A B
	E	○ ◎	E	◎ ◎	E	▲ ◎
	T	◎ ◎	T	◎ ◎	T	○ ◎
	K	○ ◎	K	▲ ◎	K	▲ ◎
	H	○ ◎	H	◎ ◎	H	▲ ◎

◎ : 0.5未満, ○ : 0.5~0.8, 無印 : 1.0~0.8, ▲ : 1.0超

表 3.5.10.3 応答が悪化した例の抽出

固有 周期 比	質量均衡型 (領域Ⅰ, $\mu \kappa < 1$)		基本モデル (領域境界上, $\mu \kappa = 1$)		剛性均衡型 (領域Ⅱ, $\mu \kappa > 1$)	
	モデル 1		モデル 2		モデル 3	
$\sqrt{2}$		A B		A B		A B
	E	○ ◎	E	○ ◎	E	○ ○
	T	◎ ◎	T	◎ ◎	T	◎ ◎
	K	○ ◎	K	◎ ◎	K	◎ ◎
	H	▲ ○	H	▲ ○	H	○ ○
	w	◎ ◎	w	◎ ◎	w	◎ ◎
2	モデル 4		モデル 5		モデル 6	
		A B		A B		A B
	E	○ ◎	E	○ ◎	E	○ ◎
	T	◎ ◎	T	◎ ◎	T	◎ ◎
	K	◎ ◎	K	▲ ◎	K	▲ ◎
	H	◎ H	H	◎ H	H	▲ ◎
$\sqrt{10}$	モデル 7		モデル 8		モデル 9	
		A B		A B		A B
	E	○ ◎	E	◎ ◎	E	▲ ◎
	T	◎ ◎	T	◎ ◎	T	○ ◎
	K	○ ◎	K	▲ ◎	K	▲ ◎
	H	○ ◎	H	◎ ◎	H	▲ ◎

◎ : 0.5未満, ○ : 0.5~0.8, 無印 : 1.0~0.8, ▲ : 1.0超

表 3.5.10.2 は表 3.5.10.1 の概要を表したもので、応答低減率の値に応じて◎○▲等の記号を割り当てている。並進化モードの減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数を用いた場合の応答低減率が 1 を超えたケース、すなわち応答が悪化したケースを表したものが▲であり、それ以外は全て応答低減を達成している。非連結時と比べると、最大応答変位は、主系副系合わせて全 90 例中 80 例で応答低減しており、従って、並進化モードの減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数をもつダンパーによる連結は、基本的には応答低減が認められると考えてよい。応答低減が実現できていない 10 例について考えるとその内訳は、Hachinohe 波が作用した場合の副系（A 棟）で 5 例（モデル 1, 2, 5, 6, 8）と最も多く、次いで、Kobe 波が作用した場合の副系（A 棟）で 4 例（モデル 5, 6, 8, 9）である。残りの 1 つは El Centro 波が作用した場合の副系（A 棟）のモデル 9 である。それら応答悪化のものを抽出したものが表 3.5.10.3 である。

表 3.5.10.3 より、Kobe 波と Hachinohe 波の副系（A 棟）において応答が増大する傾向にあることが窺える。このうち、モデル 6, 8, 9 は質量比が $\mu = 4, \sqrt{10}, 10$ と大きいモデルで、それらモデルでは、連結による制振効果以上に、連結により質量が大きく柔らかい主系（B 棟）側の影響を受け応答増大が生じたものと考えられる。一般にはこのような質量比が大きいケースにおける副系は、耐震補強のためのアウトフレームをはじめとする新設構造物である場合が多く、そのような場合、非連結時に比べ応答が増大することは何ら問題ない。

一方で、固有周期比が $\sqrt{2}$ の場合の Hachinohe 波におけるモデル 1 およびモデル 2 で応答増大が確認できる。これは非連結時の応答の小ささに起因すると考えられる。例えばモデル 1 の解析結果（3.5.1 節の表 3.5.1.2）を参照すると、モデ

ル 1 の副系では，Taft 波と Hachinohe 波に対する非連結時の最大応答変位はそれぞれ，4.178[cm]と 1.155[cm]であり，Hachinohe 波は非連結時の応答が小さ目であったことがわかる．一方で，並進化モード減衰定数が最大となるダンパーで連結することで両者の応答変位は 1.472[cm]と 1.260[cm]となり，確かに Hachinohe 波で応答増大してはいるが，連結効果の高かった Taft 波よりも応答値自体は引き続き小さく，そうした応答増大は問題となるような悪化ではないと考えられる．

その他の応答低減の傾向として，同一周期毎で比較を行うと，同一地震動に対する応答低減率の値は，主系か副系かを問わず，

$$\text{質量均衡型} < \text{基本モデル} < \text{剛性均衡型}$$

の関係を満足する傾向にある（表 3.5.10.4）．すなわち $\mu\kappa$ の値が小さいほど，大きな応答低減効果が得られる．この関係を満足していない例外は，固有周期比が $\sqrt{2}$ の場合における，Hachinohe 波の場合のみである（30 例中 1 例のみ．30 例とは固有周期比 3 種，地震動 5 種，主系と副系の 2 種で $3 \times 5 \times 2 = 30$ 例）．

また，同一モデルにおいて同一地震波に対する副系（A 棟）と主系（B 棟）の応答低減率の値を比較すると，

$$\text{主系（B 棟）の応答低減率} < \text{副系（A 棟）の応答低減率}$$

の関係を満足する傾向にある（表 3.5.10.5）．この傾向を満足していない例外は，モデル 1 およびモデル 2 における，Taft 波の場合のみである（45 例中 2 例のみ．45 例とはモデル 9 種，地震動 5 種による $9 \times 5 = 45$ 例）．

表 3.5.10.4

同一周期比での応答低減の傾向

固有周期比	質量均衡型 (領域Ⅰ, $\mu\kappa < 1$)	基本モデル (領域境界上, $\mu\kappa = 1$)	剛性均衡型 (領域Ⅱ, $\mu\kappa > 1$)
	モデル 1	モデル 2	モデル 3
	A B	A B	A B
$\sqrt{2}$	E 〇 低減	E 〇 〇	E 〇 低減
	T 〇 〇	T 〇 〇	T 〇 〇
	K 〇 〇	K 〇 〇	K 〇 〇
	H 〇 〇	H 〇 〇	H 〇 〇
	w 〇 〇	w 〇 〇	w 〇 〇
2	モデル 4	モデル 5	モデル 6
	A B	A B	A B
	E 〇 低減	E 〇 〇	E 〇 低減
	T 〇 〇	T 〇 〇	T 〇 〇
	K 〇 〇	K 〇 〇	K 〇 〇
	H 〇 〇	H 〇 〇	H 〇 〇
	w 〇 〇	w 〇 〇	w 〇 〇
$\sqrt{10}$	モデル 7	モデル 8	モデル 9
	A B	A B	A B
	E 〇 低減	E 〇 〇	E 〇 低減
	T 〇 〇	T 〇 〇	T 〇 〇
	K 〇 〇	K 〇 〇	K 〇 〇
	H 〇 〇	H 〇 〇	H 〇 〇
	w 〇 〇	w 〇 〇	w 〇 〇

◎ : 0.5未満, ○ : 0.5~0.8, 無印 : 1.0~0.8, ▲ : 1.0超

表 3.5.10.5

主系副系間での応答低減の傾向

固有周期比	質量均衡型 (領域Ⅰ, $\mu\kappa < 1$)	基本モデル (領域境界上, $\mu\kappa = 1$)	剛性均衡型 (領域Ⅱ, $\mu\kappa > 1$)
	モデル 1	モデル 2	モデル 3
	A B	A B	A B
$\sqrt{2}$	E 〇 〇	E 〇 〇	E 〇 〇
	T 〇 〇	T 〇 〇	T 〇 〇
	K 〇 〇	K 〇 〇	K 〇 〇
	H 〇 〇	H 〇 〇	H 〇 〇
	w 〇 〇	w 〇 〇	w 〇 〇
2	モデル 4	モデル 5	モデル 6
	A B	A B	A B
	E 〇 〇	E 〇 〇	E 〇 〇
	T 〇 〇	T 〇 〇	T 〇 〇
	K 〇 〇	K 〇 〇	K 〇 〇
	H 〇 〇	H 〇 〇	H 〇 〇
	w 〇 〇	w 〇 〇	w 〇 〇
$\sqrt{10}$	モデル 7	モデル 8	モデル 9
	A B	A B	A B
	E 〇 〇	E 〇 〇	E 〇 〇
	T 〇 〇	T 〇 〇	T 〇 〇
	K 〇 〇	K 〇 〇	K 〇 〇
	H 〇 〇	H 〇 〇	H 〇 〇
	w 〇 〇	w 〇 〇	w 〇 〇

◎ : 0.5未満, ○ : 0.5~0.8, 無印 : 1.0~0.8, ▲ : 1.0超

3.5.11 地震時最大応答値の連結ダンパー減衰係数に対する最小値と減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数時の地震時最大応答値との比較

3.5.1～3.5.9 節において示した, c をパラメトリックに動かした際の地震動毎の最大応答変位の最小値（このときの連結ダンパー減衰係数を以降, 真の最適解, と称す）に対する, 並進化モードの減衰定数が最大となるときの副系（A 棟）および主系（B 棟）の最大応答変位の比 $\text{dmaxX}(\text{h}^{(tr)}\text{max})/\text{min}(\text{dmaxX})$ は, 並進化モードの減衰定数が最大となる場合の応答の, 地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率として考えることができる. 副系（A 棟）および主系（B 棟）の地震動毎の最大応答変位の最小値に対する応答増大率を表 3.5.11.1 に示す.

表 3.5.11.1

並進化モード減衰定数最大時応答の, 最大応答の最小値に対する応答増大率

固有 周期 比	質量均衡型 (領域Ⅰ, $\mu \kappa < 1$)	基本モデル (領域境界上, $\mu \kappa = 1$)	剛性均衡型 (領域Ⅱ, $\mu \kappa > 1$)																																																						
$\sqrt{2}$	モデル 1	モデル 2	モデル 3																																																						
	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>1.10</td><td>1.05</td></tr><tr><td>T</td><td>1.03</td><td>1.00</td></tr><tr><td>K</td><td>1.20</td><td>1.25</td></tr><tr><td>H</td><td>1.14</td><td>1.00</td></tr><tr><td>w</td><td>1.03</td><td>1.01</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	1.10	1.05	T	1.03	1.00	K	1.20	1.25	H	1.14	1.00	w	1.03	1.01	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>1.25</td><td>1.00</td></tr><tr><td>T</td><td>1.03</td><td>1.01</td></tr><tr><td>K</td><td>1.51</td><td>1.21</td></tr><tr><td>H</td><td>1.16</td><td>1.24</td></tr><tr><td>w</td><td>1.09</td><td>1.01</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	1.25	1.00	T	1.03	1.01	K	1.51	1.21	H	1.16	1.24	w	1.09	1.01	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>1.34</td><td>1.00</td></tr><tr><td>T</td><td>1.03</td><td>1.05</td></tr><tr><td>K</td><td>1.75</td><td>1.13</td></tr><tr><td>H</td><td>1.08</td><td>1.04</td></tr><tr><td>w</td><td>1.11</td><td>1.00</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	1.34	1.00	T	1.03	1.05	K	1.75	1.13	H	1.08	1.04	w	1.11	1.00
		A/副系	B/主系																																																						
	E	1.10	1.05																																																						
	T	1.03	1.00																																																						
	K	1.20	1.25																																																						
	H	1.14	1.00																																																						
w	1.03	1.01																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	1.25	1.00																																																							
T	1.03	1.01																																																							
K	1.51	1.21																																																							
H	1.16	1.24																																																							
w	1.09	1.01																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	1.34	1.00																																																							
T	1.03	1.05																																																							
K	1.75	1.13																																																							
H	1.08	1.04																																																							
w	1.11	1.00																																																							
$\mu = 1, \kappa = 0.5$		$\mu = \sqrt{2}, \kappa = 1/\sqrt{2}$	$\mu = 2, \kappa = 1$																																																						
2	モデル 4	モデル 5	モデル 6																																																						
	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>1.24</td><td>1.17</td></tr><tr><td>T</td><td>1.08</td><td>1.31</td></tr><tr><td>K</td><td>1.48</td><td>1.35</td></tr><tr><td>H</td><td>1.20</td><td>1.23</td></tr><tr><td>w</td><td>1.06</td><td>1.06</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	1.24	1.17	T	1.08	1.31	K	1.48	1.35	H	1.20	1.23	w	1.06	1.06	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>1.58</td><td>1.13</td></tr><tr><td>T</td><td>1.37</td><td>1.28</td></tr><tr><td>K</td><td>2.06</td><td>1.06</td></tr><tr><td>H</td><td>1.41</td><td>1.09</td></tr><tr><td>w</td><td>1.17</td><td>1.05</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	1.58	1.13	T	1.37	1.28	K	2.06	1.06	H	1.41	1.09	w	1.17	1.05	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>1.64</td><td>1.07</td></tr><tr><td>T</td><td>1.61</td><td>1.00</td></tr><tr><td>K</td><td>2.86</td><td>1.03</td></tr><tr><td>H</td><td>1.62</td><td>1.02</td></tr><tr><td>w</td><td>1.24</td><td>1.00</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	1.64	1.07	T	1.61	1.00	K	2.86	1.03	H	1.62	1.02	w	1.24	1.00
		A/副系	B/主系																																																						
	E	1.24	1.17																																																						
	T	1.08	1.31																																																						
	K	1.48	1.35																																																						
	H	1.20	1.23																																																						
w	1.06	1.06																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	1.58	1.13																																																							
T	1.37	1.28																																																							
K	2.06	1.06																																																							
H	1.41	1.09																																																							
w	1.17	1.05																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	1.64	1.07																																																							
T	1.61	1.00																																																							
K	2.86	1.03																																																							
H	1.62	1.02																																																							
w	1.24	1.00																																																							
$\mu = 1, \kappa = 0.25$		$\mu = 2, \kappa = 0.5$	$\mu = 4, \kappa = 1$																																																						
$\sqrt{10}$	モデル 7	モデル 8	モデル 9																																																						
	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>1.32</td><td>1.96</td></tr><tr><td>T</td><td>1.21</td><td>1.59</td></tr><tr><td>K</td><td>1.20</td><td>2.47</td></tr><tr><td>H</td><td>1.51</td><td>1.22</td></tr><tr><td>w</td><td>1.10</td><td>1.35</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	1.32	1.96	T	1.21	1.59	K	1.20	2.47	H	1.51	1.22	w	1.10	1.35	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>2.11</td><td>1.58</td></tr><tr><td>T</td><td>2.05</td><td>1.41</td></tr><tr><td>K</td><td>1.90</td><td>1.53</td></tr><tr><td>H</td><td>2.05</td><td>1.22</td></tr><tr><td>w</td><td>1.37</td><td>1.21</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	2.11	1.58	T	2.05	1.41	K	1.90	1.53	H	2.05	1.22	w	1.37	1.21	<table><tr><td></td><td>A/副系</td><td>B/主系</td></tr><tr><td>E</td><td>3.45</td><td>1.31</td></tr><tr><td>T</td><td>3.93</td><td>1.39</td></tr><tr><td>K</td><td>3.89</td><td>1.16</td></tr><tr><td>H</td><td>3.85</td><td>1.01</td></tr><tr><td>w</td><td>2.00</td><td>1.13</td></tr></table>		A/副系	B/主系	E	3.45	1.31	T	3.93	1.39	K	3.89	1.16	H	3.85	1.01	w	2.00	1.13
		A/副系	B/主系																																																						
	E	1.32	1.96																																																						
	T	1.21	1.59																																																						
	K	1.20	2.47																																																						
	H	1.51	1.22																																																						
w	1.10	1.35																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	2.11	1.58																																																							
T	2.05	1.41																																																							
K	1.90	1.53																																																							
H	2.05	1.22																																																							
w	1.37	1.21																																																							
	A/副系	B/主系																																																							
E	3.45	1.31																																																							
T	3.93	1.39																																																							
K	3.89	1.16																																																							
H	3.85	1.01																																																							
w	2.00	1.13																																																							
$\mu = 1, \kappa = 0.1$		$\mu = \sqrt{10}, \kappa = 1/\sqrt{10}$	$\mu = 10, \kappa = 1$																																																						

表 3.5.11.2 応答増大率の概要

○印と▲印の傾向

固有 周期 比	質量均衡型 (領域Ⅰ, $\mu \kappa < 1$)		基本モデル (領域境界上, $\mu \kappa = 1$)		剛性均衡型 (領域Ⅱ, $\mu \kappa > 1$)	
$\sqrt{2}$	モデル 1		モデル 2		モデル 3	
		A B		A B		A B
	E		○	E		○
	T	○	○	T	○	○
	K			K	▲	
	H		○	H		○
	w	○	○	w	○	○
2	モデル 4		モデル 5		モデル 6	
		A B		A B		A B
	E			E	▲	○
	T	○		T	▲	○
	K	▲		K	▲	○
	H			H	○	○
	w	○	○	w	○	○
$\sqrt{10}$	モデル 7		モデル 8		モデル 9	
		A B		A B		A B
	E		▲	E	▲	
	T		▲	T	▲	
	K		▲	K	▲	
	H	▲		H	▲	○
	w	○		w	▲	

○ : 1.10以下, ▲ : 1.50以上

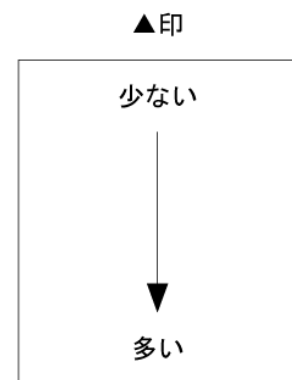
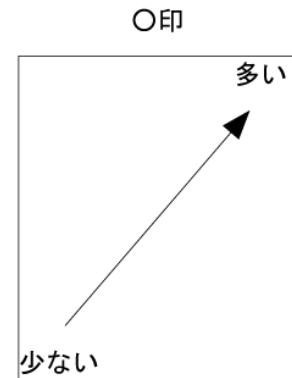


表 3.5.11.2 は表 3.5.11.1 の概要を表したもので、応答増大率の値に応じて○や▲の記号を割り当てている。応答増大率が 1.10（10%増）以下の欄に○印、1.50（50%増）以上の欄に▲印を与えた。無印はその中間のものである（最小値との比較なので応答が低減する結果は存在しえず、1.0 未満の数値はない）。

1 つのモデルにおいて○印が多いことは、連結ダンパー減衰係数を減衰定数最大となるように設定することで、多種の地震動に対して効果的な応答低減が得られることを意味し、逆に▲印が多いことは、そうしたダンパーの設定が適切ではないことを意味している。

この表 3.5.11.2 を概観すると以下の特徴が浮かび上がる。

- (a) 表の左下から右上に向かうほど○印が多くなる様子が見受けられる。
- (b) 表の上から下に向かうほど▲印が多くなる様子が見受けられる。
- (c) 主系（B 棟）と副系（A 棟）とで比較すると、主系は○印が 45 例中 21 例

あるのに対し▲印は同 5 例と少ない。一方、副系は○印が 45 例中 9 例と主系に比して少ないのに対し▲印が同 19 例と多い。また、特にモデル 5、モデル 6、モデル 9 のように、主系が○で副系が▲と明確に区分される例が見受けられる。

(a)および(b)の特徴から、固有周期比が小さいほど、また $\mu\kappa$ の値が大きくなるほど、並進化モードの減衰定数を最大化するような減衰係数を有するダンパーで連結することは、その系における真の最適ダンパーを採用した場合の結果に近い応答結果を与えていることを示している。

(c)の特徴について、並進化モードの減衰定数を最大化するような減衰係数を有するダンパーで連結することが、副系に関して応答低減効果が良くないかのような印象を受けるが、ここでの比較はあくまでも全 c に対する最大応答変位の最小値との比較であり、例えばモデル 8 では最小値に対する比が軒並み 2 倍以上となっはいるが、このとき非連結時の応答値に比べて応答が 2 倍以上に増大しているわけではない。これは、副系の応答最小値を与える c と主系の応答最小値を与える c が離れていることが一因となっており、そのような系では、必ず一方に▲印がつくことはやむを得ない。また、連結の目的を主系の応答を低減させる場合（例えば新設アウトフレームや新築建物を利用した連結制振補強のように副系が設計対象で耐力余裕度などが設計として調整可能な場合）について言えば、モデル 5 やモデル 6 およびモデル 9 のように、副系の応答は増大するが主系の応答は減少する、という結果は設計意図上の問題はない。

3.5.12 モデル間の最大応答変位の大小関係に関する応答スペクトルを用いた考察

3.5.10 節において、同一周期比毎で比較を行うと、同一地震動に対する応答低減率の値は、主系か副系かを問わず、

$$\text{質量均衡型} < \text{基本モデル} < \text{剛性均衡型}$$

の関係を満足する傾向にあることを示した（表 3.5.10.4）. 本節ではその理由について考える.

一般に、応答スペクトルを用いることで、応答の最大値を近似的に求めることができる. 第 i 次モードの変位の最大応答値は、刺激係数 β_i , 固有モード \mathbf{u}_i , 変位応答スペクトル値 S_D を乗じることによって得られる. ただし、各モードの最大値は同時に生じることはないので、近似的に応答変位の最大値 \mathbf{d}_{\max} は例えば SRSS 法を用いて

$$\mathbf{d}_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^2 (\mathbf{u}_i \beta_i S_D(T_i, h_i))^2}$$

のように求められる. ここではおおまかに定性としてのモデル間の応答の大小関係を考えるため、具体的なモード形状は無視し $|\beta_i| \cdot S_D(T_i, h_i)$ の値について考える.

2 章において、減衰定数に関して、どのような $c(>0)$ においても

$$\text{離合化モードの減衰定数} \geq \text{並進化モードの減衰定数}$$

の関係があることは既に示した. 等号となるのは $\mu\kappa=1$ の区間 A のみである. 一方、刺激係数の大きさに関しては、どのような $c(>0)$ においても

$$\text{並進化モードの刺激係数} > \text{離合化モードの刺激係数}$$

の関係があることが 2 章および 3 章の各例題における数値解析結果から確認されている. (このことは、2.9 節において示したモード毎のダンパーストロークが等しいという性質にも対応している.)

つまり、離合化モードよりも並進化モードの方が「刺激係数が大きく、かつ、減衰定数が小さい」ことが言える. 特定の周期における特異性を排除した梅村スペクトルのような一般化された変位応答スペクトル S_D で考える場合、周期の大小の影響があるものの、離合化モードにおいては h は十分に大きな値となっていること、および、離合化モードの刺激係数は並進化モードよりも小さいことなどを考慮すると、並進化モードが変位応答における主モード（より大きな最大応答変位を生じさせるモード）となりやすいことが予想できる.

次に、 $(\mu, \kappa) = (\mu_0, \kappa_0)$ で表される系と、 $(\mu, \kappa) = (1/\kappa_0, 1/\mu_0)$ で表される 2 つの異な

る系について考える． $\mu_0\kappa_0=N$ とすれば，この 2 つの系は， $\mu\kappa=N$ と $\mu\kappa=1/N$ の関係にある．両者の固有周期比は $\tau=\sqrt{\mu/\kappa}=\sqrt{\mu_0/\kappa_0}$ で等しい．さらに m,k が 2 つの系において等しい時， $(\mu,\kappa)=(1/\kappa_0,1/\mu_0)$ の $c-\omega$ 曲線および $c-h$ 曲線は， $(\mu,\kappa)=(\mu_0,\kappa_0)$ の場合の $c-\omega$ 曲線および $c-h$ 曲線を c 軸方向に関して $1/\sqrt{N}$ 倍しただけの関係となる（図 3.5.12）．この関係により，並進化モードの減衰定数 h の最大値は 2 つの系で一致し，その h を与える際の 1 次および 2 次の固有円振動数の値もまた 2 つの系で一致する．また，その h を与える際の並進化モードの刺激関数の大きさは 2 つの系において一致する．

3 章で用いた，モデル 1 と 3，モデル 4 と 6，モデル 7 と 9，の 3 組はこの関係を満たしており，モデル 4 と 6 を用いて例示すると以下の表や図となる．

表 3.5.12 並進化モード減衰定数最大時の諸数値（モデル 4 および 6）

モデル名	モデル 4		モデル 6	
(μ,κ)	(1 , 0.25)		(4 , 1)	
領域	領域 I		領域 II	
並進化モード	2 次モード		1 次モード	
減衰定数最大時 c	3.863(kNs/mm)		7.725(kNs/mm)	
同 減衰定数 h_1	($h_1=0.48249$)	離	$h_1=0.15618$	並
同 減衰定数 h_2	$h_2=0.15618$	並	($h_2=0.48249$)	離
同 固有円振動数 ω_1	($\omega_1=17.747$)	離	$\omega_1=17.747$	並
同 固有円振動数 ω_2	$\omega_2=27.610$	並	($\omega_2=27.610$)	離
同 固有周期 T_1	($T_1=0.354$)	離	$T_1=0.354$	並
同 固有周期 T_2	$T_2=0.228$	並	($T_2=0.228$)	離
同 刺激係数 $ \beta_1 $	($ \beta_1 =1.1294$)	離	$ \beta_1 =1.4038$	並
同 刺激係数 $ \beta_2 $	$ \beta_2 =1.4038$	並	($ \beta_2 =1.1294$)	離

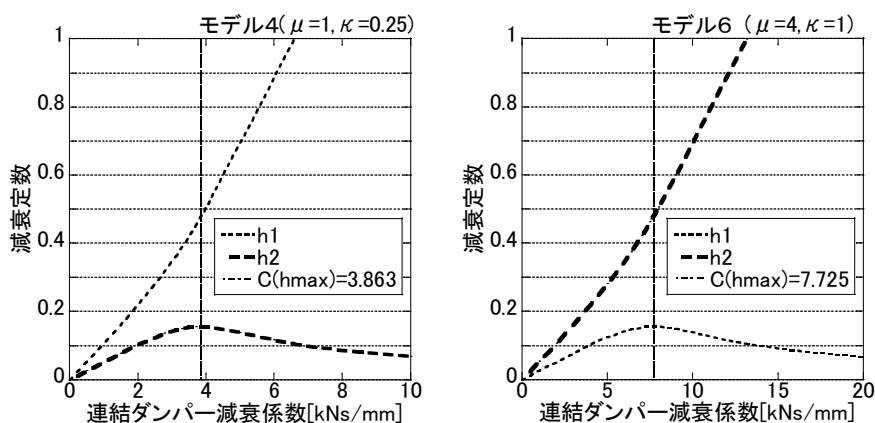


図 3.5.12 減衰定数の変動の様相（ c 方向への拡大でグラフ形状は一致する）

変位の応答スペクトル($h=0.05$)を梅村スペクトル

$$S_D(T, h) = \begin{cases} 90T^2 k_G & (T \leq 0.5) \\ 45T k_G & (0.5 < T \leq 3) \\ 135 k_G & (3 < T) \end{cases}$$

で与えた場合，並進化モードの減衰定数最大時の変位スペクトルに刺激係数を乗じた値は，モデル 4 で

$$|\beta_2| \cdot S_D(T_2, h_2) = 1.4038 \times \frac{1.5}{1+1.5618} \times 90 \cdot 0.228^2 \cdot k_G = 3.845 k_G$$

同じく，モデル 6 では

$$|\beta_1| \cdot S_D(T_1, h_1) = 1.4038 \times \frac{1.5}{1+1.5618} \times 90 \cdot 0.354^2 \cdot k_G = 9.271 k_G$$

となる．離合化モードに関しては，モデル 4 で，

$$|\beta_1| \cdot S_D(T_1, h_1) = 1.1294 \times \frac{1.5}{1+4.8249} \times 90 \cdot 0.354^2 \cdot k_G = 3.279 k_G$$

同じくモデル 6 で，

$$|\beta_2| \cdot S_D(T_2, h_2) = 1.1294 \times \frac{1.5}{1+4.8249} \times 90 \cdot 0.228^2 \cdot k_G = 1.361 k_G$$

となる．ここで減衰による応答低減は， $h=0.05$ との比で

$$S_h/S_{0.05} = \frac{1.5}{1+10h}$$

として考えた．

この結果から，並進化モードにおいては，領域 II のモデル 6 の方が $|\beta_i| \cdot S_D(T_i, h_i)$ が大きいものの，離合化モードにおいては，領域 I のモデル 4 の方が $|\beta_i| \cdot S_D(T_i, h_i)$ が大きいことがわかる．このとき並進化モードと離合化モードそれぞれにおけるモデル 4 と 6 の間の $|\beta_i| \cdot S_D(T_i, h_i)$ の比は逆比の関係にある（上記の例では， $9.271/3.845=2.41$ に対し $1.361/3.279=1/2.41$ の関係が成立する）．逆比の関係がある一方で，刺激係数の大小関係および減衰項の影響によって $|\beta_i| \cdot S_D(T_i, h_i)$ の値そのものは，並進化モードの方が大きい結果となるため，離合化モードの影響は相対的に小さくなり，従って，並進化モードにおける $|\beta_i| \cdot S_D(T_i, h_i)$ の値が大きいモデル 6（領域 II）の方が最大応答変位は大きくなると考えられる．

こうした関係（並進化モードの減衰定数の最大値やそれを与える c における刺激係数や固有周期が同一値となる組合せが存在すること）は， m, k が定まった固有周期比が一定の群（例えば図 3.1 における直線 $\tau=\sqrt{2}$ 上に存在する様々な系からなる群）において， $\mu\kappa=1$ を境界にして， $\mu\kappa=N$ と $\mu\kappa=1/N$ という対称性を有した状態において成立するため，解析モデルとして用いた質量均衡型と剛性均衡型といった比較的特徴のある (μ, κ) の組合せ以外の組合せにおいても成立する．

以上のことから，同一固有周期比という条件の下では，

領域Ⅰの最大応答変位 < 領域Ⅱの最大応答変位

という特性の存在が予見される．また 9 つの解析モデルにおける最大応答変位値に関して，

モデル 1 < モデル 3，モデル 4 < モデル 6，モデル 7 < モデル 9

という傾向の解析結果が得られた背景には，こうした特性が存在しているものと考えられる．

応答スペクトル法によって応答を評価していくことを考える場合，より具体的には，モード形状の考慮も必要であり，上記のような特性の確認も含め，今後，詳細な検討が必要である．

3.5.13 考察

3.5.10 節および 3.5.11 節にて行った例題毎の比較および 3.5.12 節における応答スペクトルを用いた考察を通じて、3.5 節における地震時応答解析のまとめとして以下のことが言える。

二棟の建物それぞれを 1 質点とし、それらを粘性ダンパーで連結した 2 自由度の平面連結せん断質点系モデルにおいて、連結ダンパー減衰係数をパラメトリックに増大させながら地震時応答解析を行った結果、以下の特徴が得られた。

- (1) 連結ダンパー減衰係数として、並進モードの減衰定数を最大化するような減衰係数を用いた場合は、非連結時と比べ、全ての地震動において主系の応答は低減し、副系の応答も質量比が小さい範囲においてはほぼ全ての例で応答は低減する。
- (2) 同一の固有周期比のモデル同士で比較すると、 $\mu\kappa$ の値が小さくなるほど応答低減効果が高くなる。
- (3) 質量均衡型、基本モデル、剛性均衡型の同系列のモデルで、固有周期比の違いによる応答の違いを比較すると、固有周期比が小さい場合の方が応答低減効果は小さく、固有周期比が大きい場合（すなわち、二棟間の固有周期が離れているような場合）の方が、より大きな応答低減効果が期待できる。
- (4) 連結ダンパー減衰係数として、並進モードの減衰定数を最大化するような減衰係数を用いることは、固有周期比が 2 以下の小さい範囲において、主系と副系の双方の応答低減に効果的であることが認められる。また、固有周期比が 2 よりも増大しても、 $\mu\kappa$ の値が 1 よりも大きい（領域Ⅱ）の範囲にある場合は、主系の応答低減に効果的である。
- (5) 質量比が大きな組合せの場合、主系副系それぞれの応答最小値を与えるような連結ダンパー減衰係数 c は互いに離れた数値となるため、双方を同時に最小値に近づけるようなダンパーは存在しない。並進モードの減衰定数を最小化する連結ダンパーを用いる場合は、主系の応答低減に有効な結果を与える。

3.6 定点理論による最適ダンパー減衰係数時の地震時応答との比較

連結制振系の連結ダンパーにおける最適ダンパー減衰係数の決定に関する理論的研究の代表として定点理論を用いたものが挙げられる^{3,4,9,24)}。定点理論とは、伝達関数の振幅成分で、ある特定の振動数で粘性係数 c に依存しない定点が存在するという公理（これは定点定理と呼ばれる）を利用して、伝達関数のピークを最小化するために構成された理論である⁴¹⁾。伝達関数のピークを最小化するために構成された理論であるということは、定常波に対する応答低減効果は十分に得られるが、多様な周波数成分をもつ多様な地震動の全てにおいて応答を最小化することを保証するようなダンパー減衰係数を理論的に与えているわけではないことを意味している。定点理論自体は既往の研究も充実しており、本論文では定点理論による最適ダンパー減衰係数の導出についてはその計算方法を述べるに留めるが、その最適ダンパー減衰係数を有する連結制振系の地震時応答解析結果について簡単に考察を述べ、前節にて示した地震時応答解析結果、特に減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数を用いた場合の応答値との比較を行い、3.1 節にて提唱した仮説の有用性について検討を行う。

3.6.1 定点理論による最適連結ダンパー減衰係数

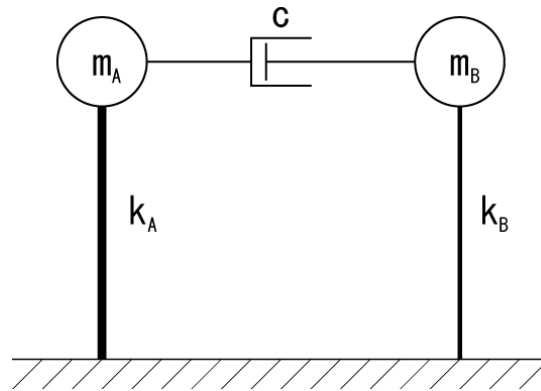


図 3.6.1 二棟連結制振系のモデル

図 3.6.1 で表される連結系モデルに対し、定点理論による連結ダンパー減衰係数 c の最適値の考え方と設定方法⁹⁾を以下に示す。(3.6.1)式と(3.6.2)式は地動入力に対する独立な系 A と系 B の振動方程式を表したものである。

$$m_A \ddot{x}_A + k_A x_A = -m_A \ddot{y} \quad (3.6.1)$$

$$m_B \ddot{x}_B + k_B x_B = -m_B \ddot{y} \quad (3.6.2)$$

ここに、 x_A および x_B は、それぞれ系 A と系 B の地盤に対する相対変位を、同様に m_A 、 m_B は系 A、系 B の質量、 k_A 、 k_B は系 A、系 B の水平剛性を表し、 y は地

動変位を表す．これら 2 つの系を前節までと同様に粘性ダンパー c により連結した連結系の振動方程式は(3.6.3)式として表される．

$$\begin{bmatrix} m_A & 0 \\ 0 & m_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_A \\ \ddot{x}_B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{x}_B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_A & 0 \\ 0 & k_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_A \\ x_B \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_A \\ m_B \end{Bmatrix} \ddot{y} \quad (3.6.3)$$

また，(3.6.3)式でダンパーの粘性減衰係数 c を無限大としたときの振動方程式は，

$$(m_a + m_b) \ddot{x}_\infty + (k_a + k_b) x_\infty = -(m_a + m_b) \ddot{y} \quad (3.6.4)$$

で表される．2章において，系の振動方程式（特性方程式）は c を無限大にした場合において並進モードと離合モードの 2 つのモードに至ることを示したが，定点理論においては，実質的な振動モードである並進モードについてのみ考えている．本節ではダンパーを無限大にした場合の固有円振動数の意で ω_∞ と表すこととし，次式で表す．

$$\omega_\infty = \sqrt{(k_A + k_B) / (m_A + m_B)}$$

ここで，時間関数の x_A, x_B, y のフーリエ変換をそれぞれ $\bar{X}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}$ で表すと，(3.6.3)式の地動 y に対する応答 x_A と x_B の伝達関数は固有円振動数 ω の関数として，次の(3.6.5)式および(3.6.6)式で表される．

なお，(3.6.1)式と(3.6.2)式の伝達関数は下式において $c=0$ として求められ，(3.6.4)式に対する伝達関数は $c=\infty$ とすることによって求められる．

$$\left| \frac{\bar{X}_A}{\bar{Y}} \right| = \sqrt{\frac{C_A^2 + D^2}{A^2 + B^2}} \quad (3.6.5)$$

$$\left| \frac{\bar{X}_B}{\bar{Y}} \right| = \sqrt{\frac{C_B^2 + D^2}{A^2 + B^2}} \quad (3.6.6)$$

ただし，

$$A = \omega^4 - \eta_1 \omega^2 + \eta_2$$

$$B = \eta_3 c \omega^3 - \eta_4 c \omega$$

$$C_A = \omega^4 - \omega_B^2 \omega^2$$

$$C_B = \omega^4 - \omega_A^2 \omega^2$$

$$D = \eta_3 c \omega^3$$

ここで

$$\eta_1 = \omega_A^2 + \omega_B^2$$

$$\eta_2 = \omega_A^2 \omega_B^2$$

$$\eta_3 = \frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B}$$

$$\eta_4 = \frac{\omega_A^2}{m_B} + \frac{\omega_B^2}{m_A}$$

$$\omega_A = \sqrt{k_A/m_A}$$

$$\omega_B = \sqrt{k_B/m_B}$$

連結ダンパーのない場合 ($c=0$) の (3.6.1) 式および (3.6.2) 式の伝達関数と、連結ダンパー無限大 ($c=\infty$) の場合の (3.6.4) 式の伝達関数の交点 P, Q は、(3.6.3) 式のダンパーの値 c に関わりなく、(3.6.3) 式の伝達関数が必ず通過する定点となる。このことは伝達関数の定点定理としてよく知られている。この定点定理より、(3.6.3) 式の系の増幅を最も小さくする連結ダンパーの最適値 c_{fpt} は、この P, Q 点を伝達関数のピークとするときの値となる。以降、添字 **fpt** を付したものは定点理論 (fixed-point theory) に基いて定めたものを表すこととする。ここで、 P, Q の振動数と伝達率を $(\tilde{\omega}_A, R_A)$ 、 $(\tilde{\omega}_B, R_B)$ とすると、

$$\tilde{\omega}_A = \sqrt{\frac{\omega_a^2 + \omega_\infty^2}{2}} \quad (3.6.7)$$

$$\tilde{\omega}_B = \sqrt{\frac{\omega_b^2 + \omega_\infty^2}{2}} \quad (3.6.8)$$

$$R_A = \left| \frac{\omega_a^2 + \omega_\infty^2}{\omega_a^2 - \omega_\infty^2} \right| \quad (3.6.9)$$

$$R_B = \left| \frac{\omega_b^2 + \omega_\infty^2}{\omega_b^2 - \omega_\infty^2} \right| \quad (3.6.10)$$

として表される。

次に、この連結ダンパーの最適値 c_{fpt} の誘導を行う。伝達関数を表す (3.6.5) 式および (3.6.6) 式を振動数 ω で微分し、それぞれの定点 P, Q の振動数で、その微分値を 0 とする粘性係数 c が、連結ダンパーの最適値 c_{fpt} の候補となる。

ここで候補としたのは、微分値を 0 とする条件は極大をもつための必要条件であるが、十分条件ではないためである。この必要条件を満たす解は (3.6.11) 式となる。この解は (3.6.5) 式で表される系 A と (3.6.6) 式で表される系 B の 2 つの系に対して、それぞれの定点を対象とした 2 種類の解が導かれるが、(3.6.5) 式、(3.6.6) 式は、係数 C (C_A または C_B) を除き共通式で表されることから、 C_A と C_B で異なる ω_B と ω_A の部分に選択子 g を用いて、(3.6.11) 式では共通式の形で $c_{fpt}(g, \omega)$ として表す。

$$c_{fpt}(g, \omega) = \sqrt{\frac{-\phi_2 \pm \sqrt{\phi_2^2 - 4\phi_1\phi_3}}{2\phi_1}} \quad (3.6.11)$$

ただし,

$$\begin{aligned}\phi_1 &= 2\eta_3^2\eta_4^2\omega^4 - 2\eta_3^3\eta_4\omega^6 \\ \phi_2 &= (3\eta_2^2\eta_3^2 + \eta_4^2g^2)\omega^2 - 4(\eta_1\eta_2\eta_3^2 + \eta_4^2g)\omega^4 \\ &\quad + (\eta_1^2\eta_3^2 + 2\eta_2\eta_3^2 + 3\eta_4^2 + 4\eta_3\eta_4g - \eta_3^2g^2)\omega^6 - 4\eta_3\eta_4\omega^8 \\ \phi_3 &= 2(g - \omega^2)(\eta_2 - \eta_1\omega^2 + \omega^4)\{\eta_2g - 2\eta_2\omega^2 + (\eta_1 - g)\omega^4\}\end{aligned}$$

(3.6.11)式を用いて, P, Q 双方の定点を同時にピークとすることはできない. それ故, P 点と Q 点で, 伝達率の高い方の定点をピークとする連結ダンパーを最適連結ダンパーとする. その理由は, (3.6.11)式で定点の低い方を対象とした場合, その定点の振動数で伝達関数の傾斜は 0 となるが, 伝達関数の極大とはならないこと, また, 高い方の定点をピークとする連結ダンパーを用いた場合は, この高い方の定点が双方の系の伝達関数の最大値となるためである.

上記の最適連結ダンパー算出に当たって, まず(3.6.9)式と(3.6.10)式の R_A と R_B を比較し, 次に(3.6.11)式で変数とした (g, ω) に下記の値を用いることによって最適連結ダンパー c_{fpt} が求められる.

定点 P(R_A)の方が高い場合: $g = \omega_b^2$, $\omega = \tilde{\omega}_A$

定点 Q(R_B)の方が高い場合: $g = \omega_a^2$, $\omega = \tilde{\omega}_B$

ただし, (3.6.11)式の土の符号の選択は, $c_{fpt}(g, \omega)$ が正の実数を取る方 (ルートの中が正) の符号が正解となる.

なお, 定点 P, Q の伝達率が等しい場合は, (3.6.11)式の選択子 (g, ω) に上記の 2 種類の値を用いた場合の平均値を最適ダンパー c_{fpt} として用いる.

3.6.2 定点理論による最適連結ダンパー減衰係数時の地震時応答

ここでは, 3.5 節と同様に, 3.2 節で示した 9 つの主系・副系の組合せによる二棟連結モデルを用い, それぞれに定点理論による最適連結ダンパー減衰係数 c_{fpt} を与え, 3.4 節で示した 5 種の地震動を作用させ, 主系 (B 棟) と副系 (A 棟) それぞれにおいてその最大応答変位を調べる. そして, それらの値と, 3.5 節で示した, 並進化モードの減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数 c_{hmax} を用いた場合における主系 (B 棟) と副系 (A 棟) の最大応答変位との比較をモデル毎に行う.

3.6.2.1 モデル 1 ($\mu=1$, $\kappa=0.5$, $\mu\kappa=0.5$, 領域 I / 質量均衡型)

図 3.6.2.1.1 に示す, $\mu=1.0, \kappa=0.5$ である領域 I (質量均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.6.2.1.2 に示す. これらは 3.5.1 節でのモデル 1 と同じ内容である. このモデルにおける非連結時の副系 (A 棟), 非連結時の主系 (B 棟), 剛結時, 定点理論を用いた副系 (A 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の副系 (A 棟), 定点理論を用いた主系 (B 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の主系 (B 棟) のそれぞれの変位伝達関数を図 3.6.2.1.3 に示す.

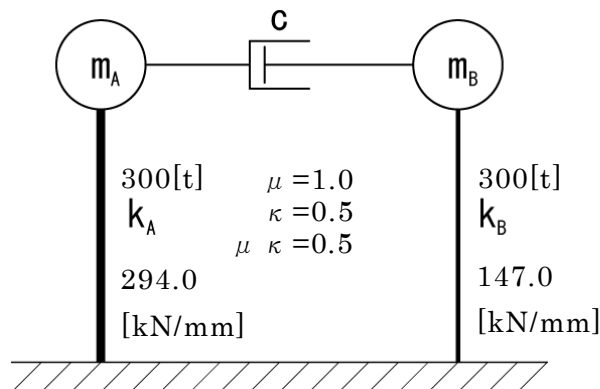


図 3.6.2.1.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

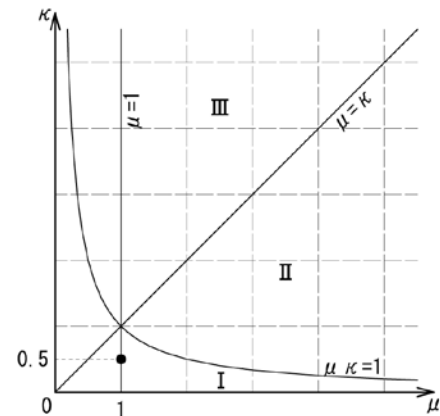


図 3.6.2.1.2 モデルの領域図中での位置

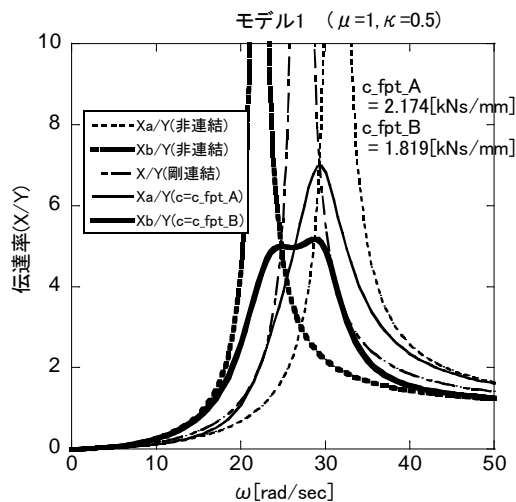


図 3.6.2.1.3 変位伝達関数

$$c_{fpt_A} = 2.174 [kNs/mm]$$

$$c_{fpt_B} = 1.819 [kNs/mm]$$

A 棟の定点伝達率の方が高いため、
 $c_{fpt} = 2.174 [kNs/mm]$
 を採用する。

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させた際の、主系 (B 棟) と副系 (A 棟) それぞれの最大応答変位 $[cm]$ を求め、地震動毎に $c=0 \sim 10 [kNs/mm]$ の範囲で図示したものが図 3.6.2.1.4 である。また並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(h_{max})$ と、定点理論による最適ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(c_{fpt})$ を表 3.6.2.1 にまとめた。

表 3.6.2.1 解析結果

(減衰定数最大時と定点理論最適ダンパー減衰係数時の最大応答変位とその比較)

$c=2.429[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.106$

地震動	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm] ①	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm] ②	$d_{\text{maxA}}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ③	$d_{\text{maxB}}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ④	d_{maxA} 比 ①/③	d_{maxB} 比 ②/④
E	1.272	1.583	1.255	1.610	1.014	0.983
T	1.472	1.876	1.455	1.882	1.012	0.997
K	0.759	1.280	0.741	1.340	1.024	0.955
H	1.260	1.675	1.234	1.671	1.021	1.002
w2%	0.893	1.097	0.878	1.090	1.017	1.006

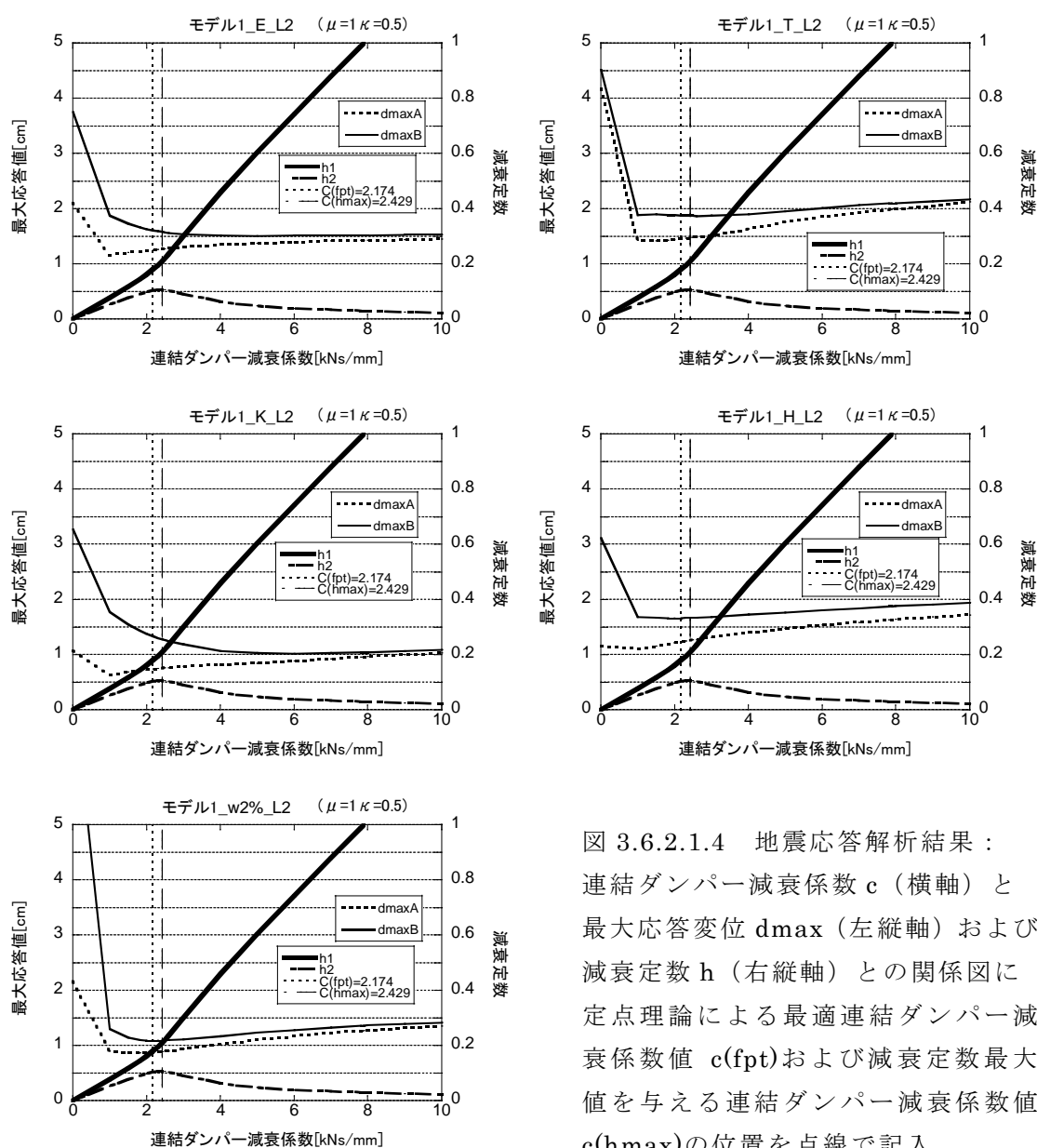


図 3.6.2.1.4 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 d_{max} (左縦軸) および
減衰定数 h (右縦軸) との関係図に
定点理論による最適連結ダンパー減
衰係数値 $c(\text{fpt})$ および減衰定数最大
値を与える連結ダンパー減衰係数値
 $c(h_{\text{max}})$ の位置を点線で記入

考察： $\mu=1$, $\kappa=0.5$, $\mu \kappa=0.5$, 領域 I / 質量均衡型

定点理論による最適ダンパー減衰係数($c_{fpt}=2.174[\text{kNs/mm}]$)よりも，並進化モードの減衰定数を最大とする連結ダンパー減衰係数($c_{hmax}=2.429[\text{kNs/mm}]$)の方が大きい．

ここでは，定点理論による最適ダンパー減衰係数時の最大応答変位 $d_{maxX}(c_{fpt})$ に対する，並進化モードの減衰定数が最大となる減衰係数時の最大応答変位 $d_{maxX}(h_{max})$ の比 $d_{maxX}(h_{max})/d_{maxX}(c_{fpt})$ を，定点理論による最適値からの応答増減率（あるいは単に，応答増減率），と呼ぶこととする（以降の例題において共通）．

主系（B 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，El Centro 波, Taft 波, Kobe 波に対してそれぞれ 0.983, 0.997, 0.955 と応答低減しており，Hachinohe 波と模擬波に対しては応答値が増大してはいるものの，応答増減率は 1.002 および 1.006 とほぼ同等の値と言える．

副系（A 棟）の応答増減率は全ての地震動において 1 を超えているが，値としては最大の場合でも Kobe 波の 1.024 で微増の範囲であり，同等程度の応答と言える．

3.6.2.2 モデル2 ($\mu=\sqrt{2}$, $\kappa=1/\sqrt{2}$, $\mu\kappa=1$, 領域境界上/基本モデル)

図 3.6.2.2.1 に示す, $\mu=\sqrt{2}$, $\kappa=1/\sqrt{2}$ である領域境界上 (基本モデル) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.6.2.2.2 に示す. これらは 3.5.2 節でのモデル 2 と同じ内容である. またこのモデルにおける非連結時の副系 (A 棟), 非連結時の主系 (B 棟), 剛結時, 定点理論を用いた副系 (A 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の副系 (A 棟), 定点理論を用いた主系 (B 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の主系 (B 棟) のそれぞれの変位伝達関数を図 3.6.2.2.3 に示す.

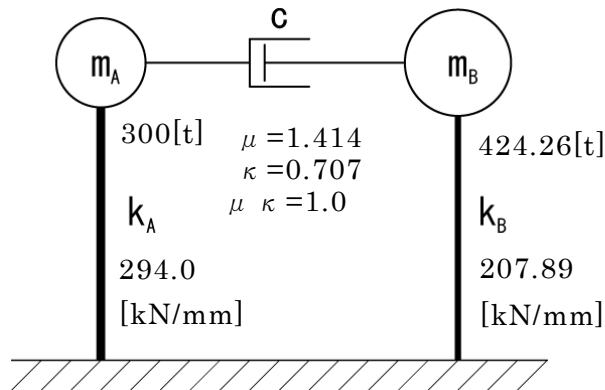


図 3.6.2.2.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

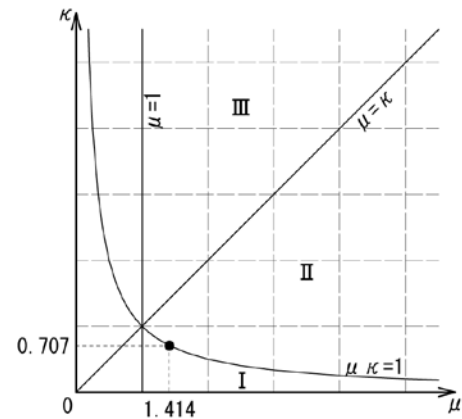


図 3.6.2.2.2 モデルの領域図中での位置

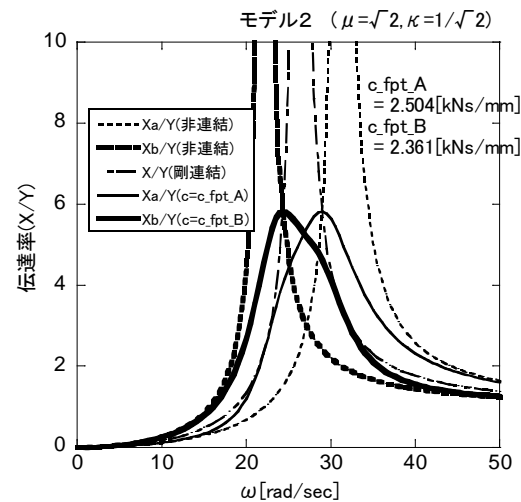


図 3.6.2.2.3 変位伝達関数

$$c_{fpt_A}=2.504[\text{kNs/mm}]$$

$$c_{fpt_B}=2.361[\text{kNs/mm}]$$

二棟の定点伝達率が同じ高さのため,
両者の平均を取り,

$$c_{fpt}=2.432[\text{kNs/mm}]$$

を採用する.

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させた際の, 主系 (B 棟) と副系 (A 棟) それぞれの最大応答変位 [cm] を求め, 地震動毎に $c=0\sim 10$ [kNs/mm] の範囲で図示したものが図 3.6.2.2.4 である. また並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$ と, 定点理論による最適ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(c_{fpt})$ を表 3.6.2.2 にまとめた.

表 3.6.2.2 解析結果

(減衰定数最大時と定点理論最適ダンパー減衰係数時の最大応答変位とその比較)

$c=3.223[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.174$

地震動	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm] ①	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm] ②	$d_{\text{maxA}}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ③	$d_{\text{maxB}}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ④	dmaxA 比 ①/③	dmaxB 比 ②/④
E	1.423	1.747	1.338	1.788	1.064	0.977
T	1.459	1.929	1.428	1.932	1.022	0.998
K	0.887	1.378	0.835	1.521	1.062	0.906
H	1.203	1.634	1.160	1.647	1.037	0.992
w2%	0.929	1.146	0.875	1.156	1.062	0.991

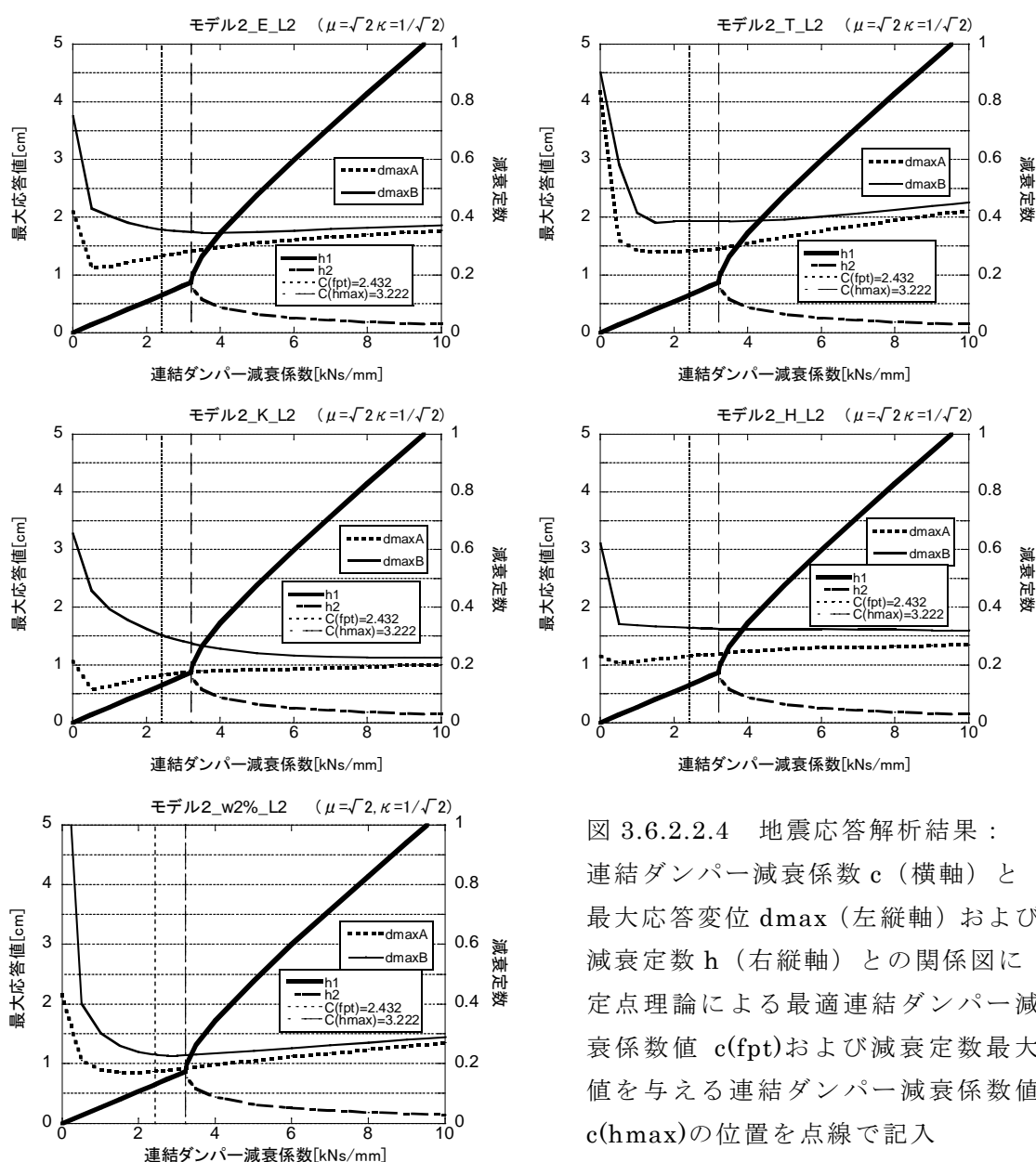


図 3.6.2.2.4 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 d_{max} (左縦軸) および
減衰定数 h (右縦軸) との関係図に
定点理論による最適連結ダンパー減
衰係数値 $c(\text{fpt})$ および減衰定数最
大値を与える連結ダンパー減衰係数値
 $c(h_{\text{max}})$ の位置を点線で記入

考察： $\mu = 1.414$, $\kappa = 0.707$, $\mu \kappa = 1$, 領域境界上/基本モデル

定点理論による最適ダンパー減衰係数($c_{fpt}=2.432[\text{kNs/mm}]$)よりも，並進化モードの減衰定数を最大とする連結ダンパー減衰係数($c_{hmax}=3.223[\text{kNs/mm}]$)の方が大きい．

主系（B 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，全ての地震動に対し 1 以下で応答低減しており，Kobe 波に対しては 0.906 と 9.4%低下する．

副系（A 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，全ての地震動において 1 を超えているが，値としては最大の場合でも El Centro 波の 1.064 である．Taft 波，Hachinohe 波に対しては，応答増減率は 1.022 および 1.037 で増え幅としては小さい．

3.6.2.3 モデル3 ($\mu=2$, $\kappa=1$, $\mu/\kappa=2$, 領域Ⅱ/剛性均衡型)

図 3.6.2.3.1 に示す, $\mu=2.0$, $\kappa=1.0$ である領域Ⅱ (剛性均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.6.2.3.2 に示す. これらは 3.5.3 節でのモデル3と同じ内容である. またこのモデルにおける非連結時の副系 (A 棟), 非連結時の主系 (B 棟), 剛結時, 定点理論を用いた副系 (A 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の副系 (A 棟), 定点理論を用いた主系 (B 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の主系 (B 棟) のそれぞれの変位伝達関数を図 3.6.2.3.3 に示す.

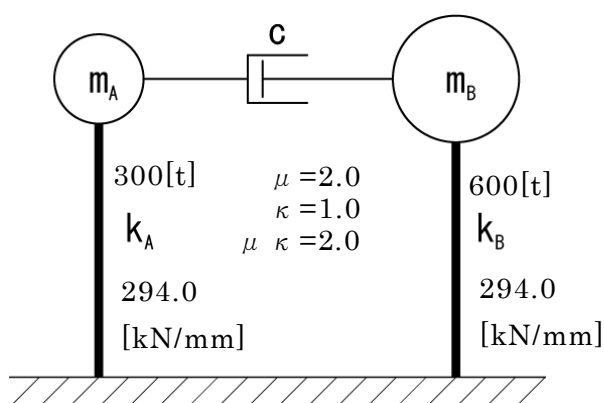


図 3.6.2.3.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

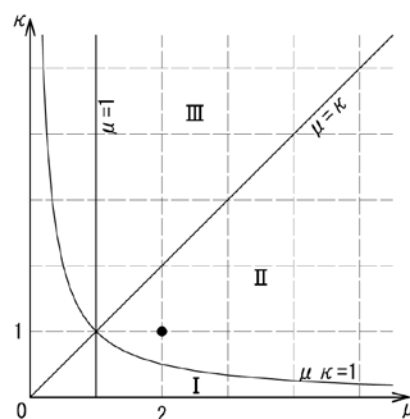


図 3.6.2.3.2 モデルの領域図中での位置

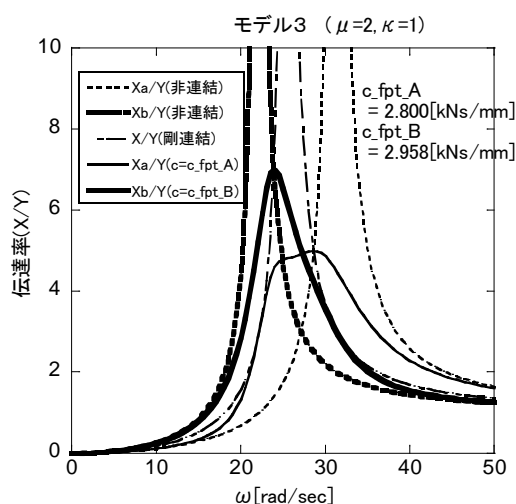


図 3.6.2.3.3 変位伝達関数

$$c_{fpt_A}=2.800[\text{kNs/mm}]$$

$$c_{fpt_B}=2.958[\text{kNs/mm}]$$

B 棟の定点伝達率の方が高いため,
 $c_{fpt}=2.958[\text{kNs/mm}]$
 を採用する.

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させた際の, 主系 (B 棟) と副系 (A 棟) それぞれの最大応答変位 [cm] を求め, 地震動毎に $c=0\sim 10[\text{kNs/mm}]$ の範囲で図示したものが図 3.6.2.3.4 である. また並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$ と, 定点理論による最適ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(c_{fpt})$ を表 3.6.2.3 にまとめた.

表 3.6.2.3 解析結果

(減衰定数最大時と定点理論最適ダンパー減衰係数時の最大応答変位とその比較)

$c=3.435[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.106$

地震動	dmaxA($h^{(2)}_{\text{max}}$) [cm] ①	dmaxB($h^{(2)}_{\text{max}}$) [cm] ②	dmaxA(c_{fpt}) [cm] ③	dmaxB(c_{fpt}) [cm] ④	dmaxA 比 ①/③	dmaxB 比 ②/④
E	1.523	1.941	1.457	1.948	1.045	0.996
T	1.461	1.961	1.454	1.957	1.005	1.002
K	1.015	1.580	0.973	1.653	1.043	0.956
H	1.113	1.593	1.102	1.612	1.010	0.988
w2%	0.944	1.238	0.911	1.259	1.036	0.983

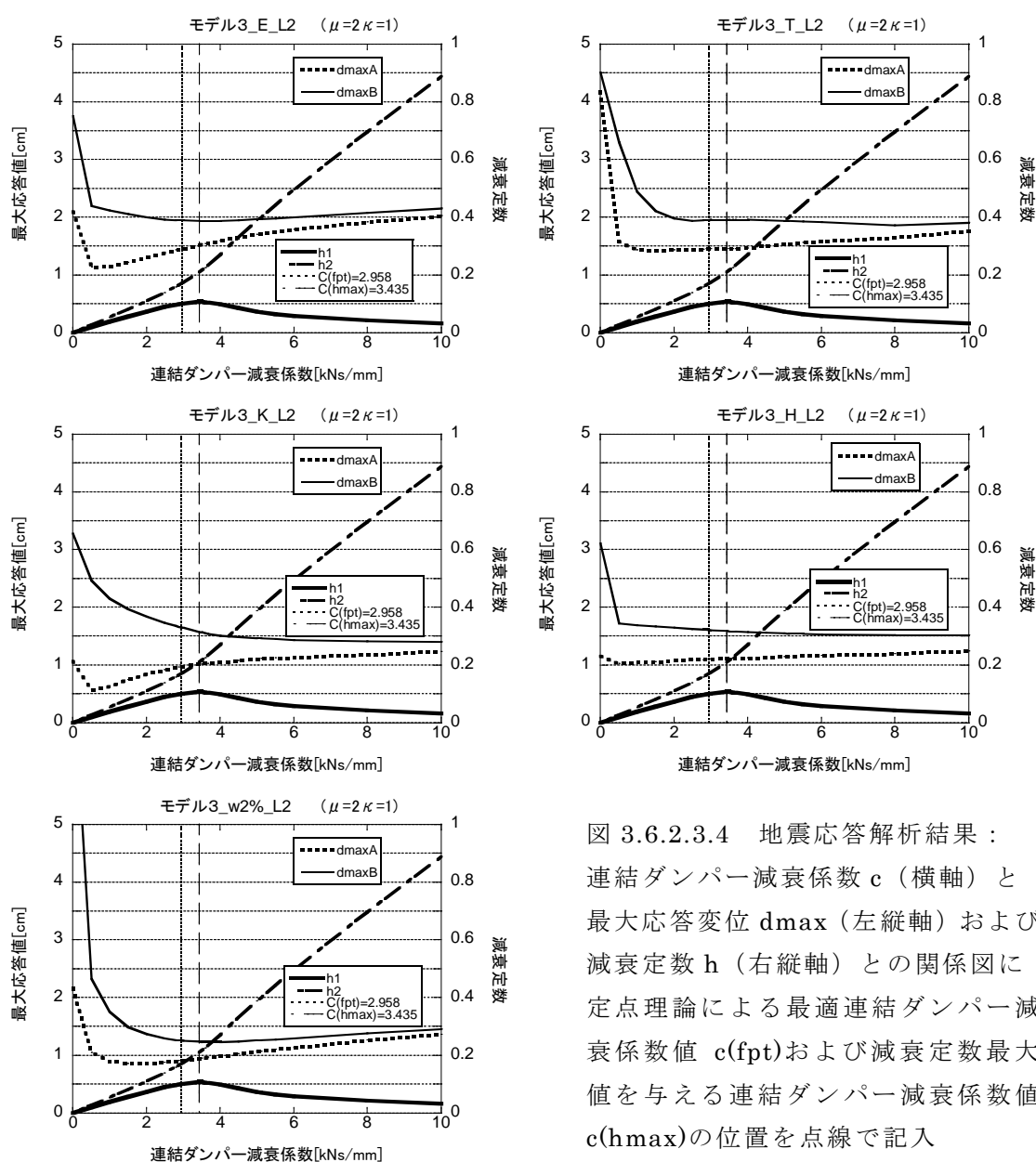


図 3.6.2.3.4 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 d_{max} (左縦軸) および
減衰定数 h (右縦軸) との関係図に
定点理論による最適連結ダンパー減
衰係数値 $c(\text{fpt})$ および減衰定数最大
値を与える連結ダンパー減衰係数値
 $c(h_{\text{max}})$ の位置を点線で記入

考察： $\mu=2$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=2$, 領域Ⅱ/剛性均衡型

定点理論による最適ダンパー減衰係数($c_{fpt}=2.958[\text{kNs/mm}]$)よりも、並進化モードの減衰定数を最大とする連結ダンパー減衰係数($c_{hmax}=3.435[\text{kNs/mm}]$)の方が大きい。

主系（B 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は、El Centro 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対してそれぞれ 0.996, 0.956, 0.988, 0.983 と応答低減しており，Taft 波に対しては応答値が増大してはいるものの，応答増減率は 1.00 とほぼ同等の値と言える。

副系（A 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，全ての地震動において 1 を超えているが，値としては最大の場合でも El Centro 波に対しての 1.045 である．Taft 波，Hachinohe 波に対しては，応答増減率は 1.005 および 1.010 で増え幅としては非常に小さい。

3.6.2.4 モデル4 ($\mu=1$, $\kappa=0.25$, $\mu\kappa=0.25$, 領域I/質量均衡型)

図 3.6.2.4.1 に示す, $\mu=1.0, \kappa=0.25$ である領域 I (質量均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.6.2.4.2 に示す. これらは 3.5.4 節でのモデル 4 と同じ内容である. またこのモデルにおける非連結時の副系 (A 棟), 非連結時の主系 (B 棟), 剛結時, 定点理論を用いた副系 (A 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の副系 (A 棟), 定点理論を用いた主系 (B 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の主系 (B 棟) のそれぞれの変位伝達関数を図 3.6.2.4.3 に示す.

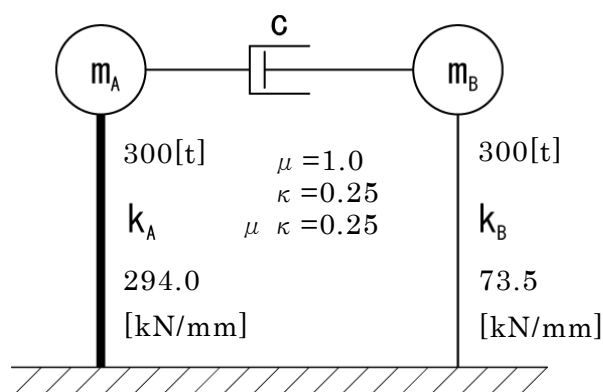


図 3.6.2.4.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

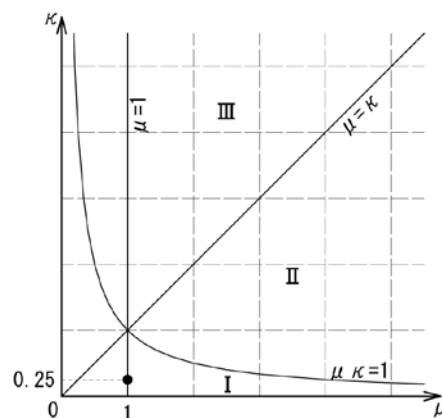


図 3.6.2.4.2 モデルの領域図中での位置

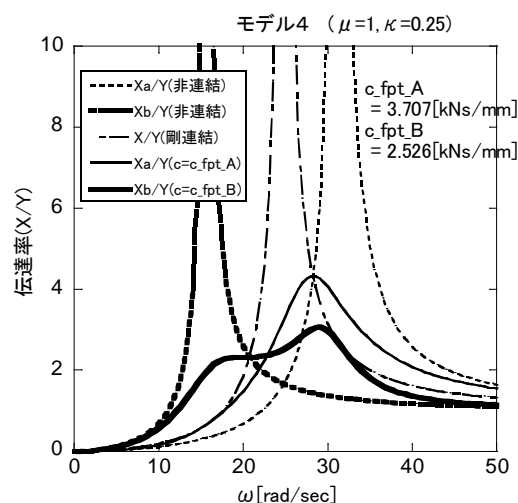


図 3.6.2.4.3 変位伝達関数

$$c_{fpt_A} = 3.707 \text{ [kNs/mm]}$$

$$c_{fpt_B} = 2.526 \text{ [kNs/mm]}$$

A 棟の定点伝達率の方が高いため,
 $c_{fpt} = 3.707 \text{ [kNs/mm]}$
 を採用する.

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させた際の, 主系 (B 棟) と副系 (A 棟) それぞれの最大応答変位 [cm] を求め, 地震動毎に $c=0 \sim 10 \text{ [kNs/mm]}$ の範囲で図示したものが図 3.6.2.4.4 である. また並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(h_{max})$ と, 定点理論による最適ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(c_{fpt})$ を表 3.6.2.4 にまとめた.

表 3.6.2.4 解析結果

(減衰定数最大時と定点理論最適ダンパー減衰係数時の最大応答変位とその比較)

$c=3.863[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.156$

地震動	dmaxA($h^{(2)}_{\text{max}}$) [cm] ①	dmaxB($h^{(2)}_{\text{max}}$) [cm] ②	dmaxA(c_{fpt}) [cm] ③	dmaxB(c_{fpt}) [cm] ④	dmaxA 比 ①/③	dmaxB 比 ②/④
E	1.171	1.914	1.159	1.929	1.010	0.992
T	1.278	2.335	1.260	2.364	1.014	0.988
K	0.898	1.819	0.888	1.847	1.011	0.985
H	1.105	1.733	1.099	1.724	1.005	1.005
w2%	0.782	1.210	0.774	1.224	1.010	0.989

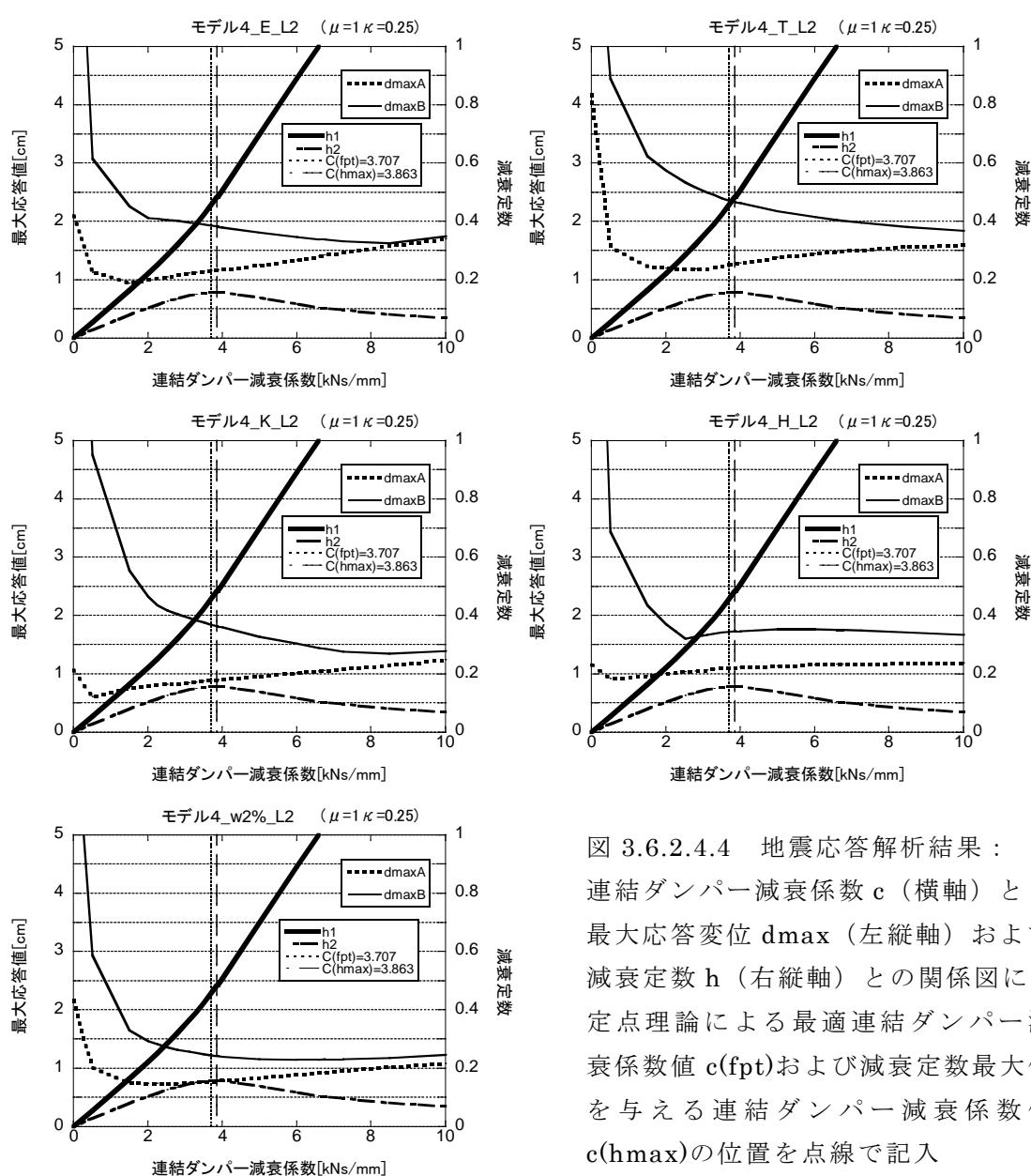


図 3.6.2.4.4 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 d_{max} (左縦軸) および
減衰定数 h (右縦軸) との関係図に
定点理論による最適連結ダンパー減
衰係数値 $c(\text{fpt})$ および減衰定数最大
値を与える連結ダンパー減衰係数値
 $c(h_{\text{max}})$ の位置を点線で記入

考察： $\mu=1$, $\kappa=0.25$, $\mu \kappa=0.25$, 領域 I / 質量均衡型

定点理論による最適ダンパー減衰係数($c_{fpt}=3.707[\text{kNs/mm}]$)よりも，並進化モードの減衰定数を最大とする連結ダンパー減衰係数($c_{hmax}=3.863[\text{kNs/mm}]$)の方が大きい．

主系（B 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，模擬波に対してそれぞれ 0.992, 0.988, 0.985, 0.989 と応答低減している．Hachinohe 波に対してのみ応答値が増大しているものの，応答増減率は 1.005 で，ほぼ同等の値と言える．

副系（A 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，全ての地震動において 1 を超えているが，値としては最大の場合でも Taft 波に対しての 1.014 で微増の範囲であり，副系に関しては全て同等程度の応答と言える．

3.6.2.5 モデル5 ($\mu=2$, $\kappa=0.5$, $\mu\kappa=1$, 領域境界上/基本モデル)

図 3.6.2.5.1 に示す, $\mu=2, \kappa=0.5$ である領域境界上 (基本モデル) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.6.2.5.2 に示す. これらは 3.5.5 節でのモデル5と同じ内容である. またこのモデルにおける非連結時の副系 (A 棟), 非連結時の主系 (B 棟), 剛結時, 定点理論を用いた副系 (A 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の副系 (A 棟), 定点理論を用いた主系 (B 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の主系 (B 棟) のそれぞれの変位伝達関数を図 3.6.2.5.3 に示す.

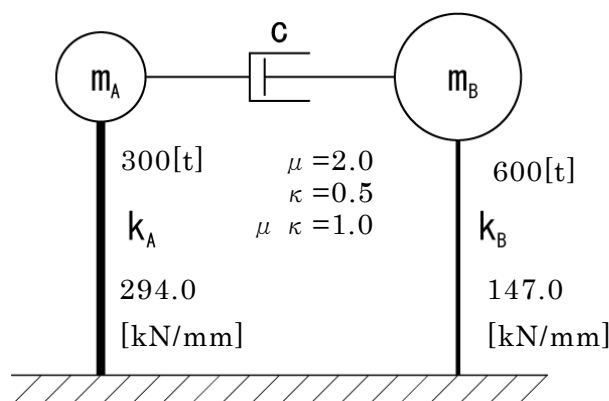


図 3.6.2.5.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

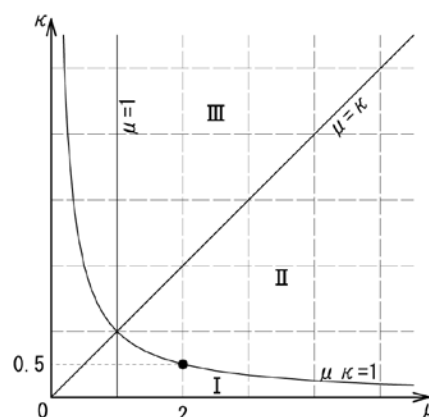


図 3.6.2.5.2 モデルの領域図中での位置

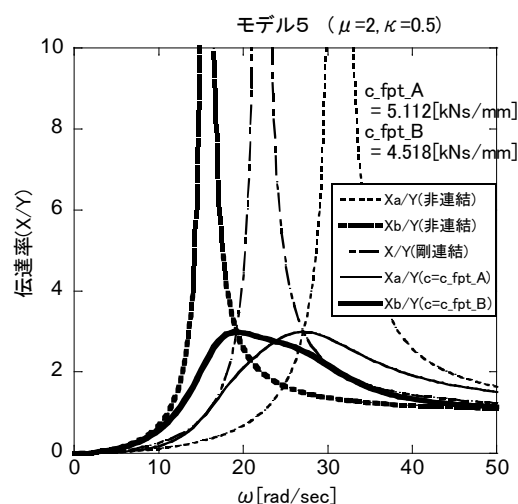


図 3.6.2.5.3 変位伝達関数

$$c_{fpt_A}=5.112[\text{kNs/mm}]$$

$$c_{fpt_B}=4.518[\text{kNs/mm}]$$

二棟の定点伝達率が同じ高さのため、
両者の平均を取り、

$$c_{fpt}=4.815[\text{kNs/mm}]$$

を採用する。

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させた際の、主系 (B 棟) と副系 (A 棟) それぞれの最大応答変位 [cm] を求め、地震動毎に $c=0\sim 10$ [kNs/mm] の範囲で図示したものが図 3.6.2.5.4 である。また並進モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$ と、定点理論による最適ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(c_{fpt})$ を表 3.6.2.5 にまとめた。

表 3.6.2.5 解析結果

(減衰定数最大時と定点理論最適ダンパー減衰係数時の最大応答変位とその比較)

$c=6.26[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.354$

地震動	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm] ①	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm] ②	$d_{\text{maxA}}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ③	$d_{\text{maxB}}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ④	d_{maxA} 比 ①/③	d_{maxB} 比 ②/④
E	1.3811	1.9311	1.2878	2.0021	1.072	0.965
T	1.4502	2.7174	1.3072	2.8488	1.109	0.954
K	1.3003	2.2105	1.1628	2.3877	1.118	0.926
H	1.2035	1.9306	1.1226	1.856	1.072	1.040
w2%	0.8660	1.3948	0.80546	1.4478	1.075	0.963

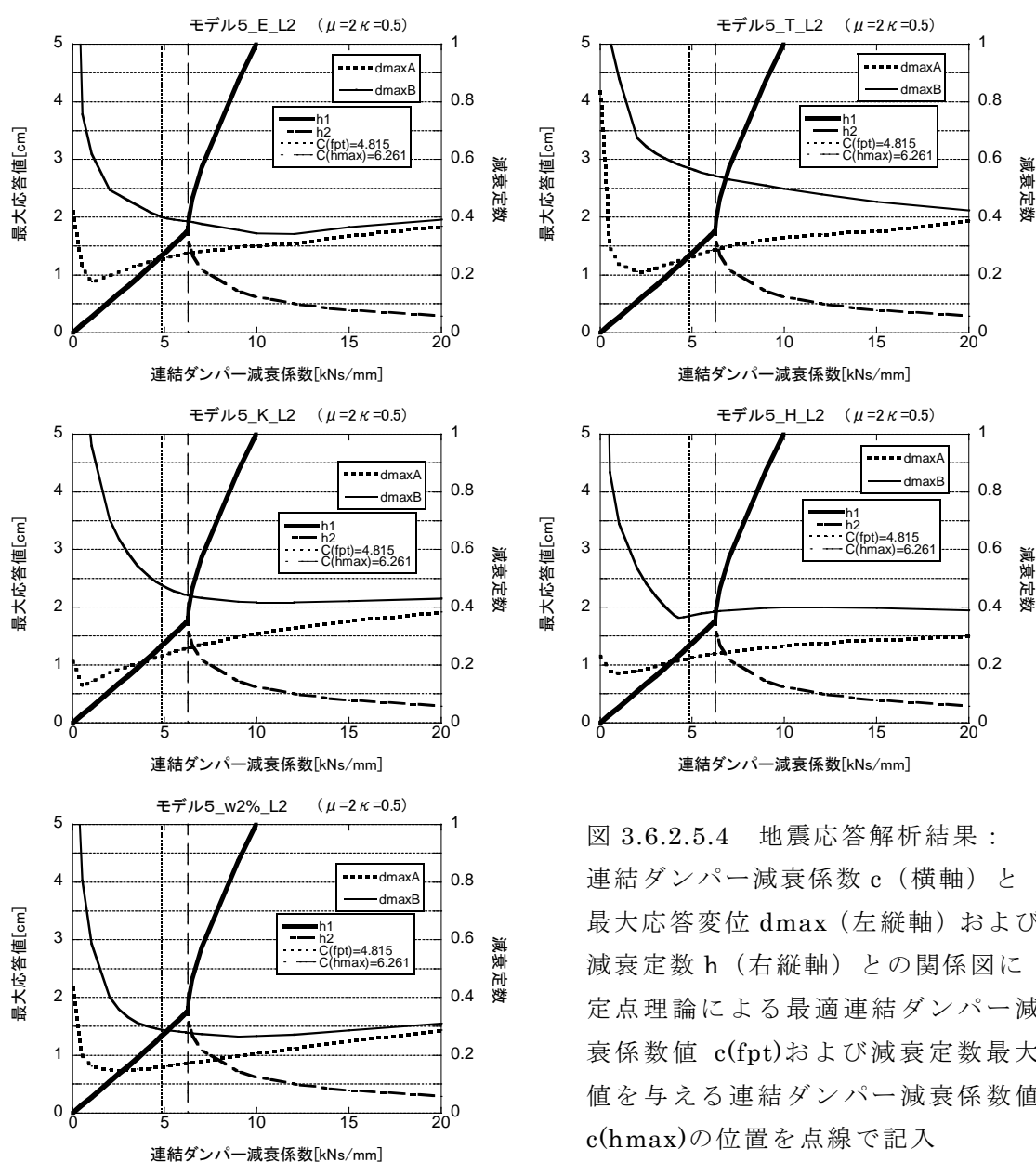


図 3.6.2.5.4 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 d_{max} (左縦軸) および
減衰定数 h (右縦軸) との関係図に
定点理論による最適連結ダンパー減
衰係数値 $c(\text{fpt})$ および減衰定数最大
値を与える連結ダンパー減衰係数値
 $c(h_{\text{max}})$ の位置を点線で記入

考察： $\mu=2$, $\kappa=0.5$, $\mu\kappa=1$, 領域境界上/基本モデル

定点理論による最適ダンパー減衰係数($c_{fpt}=4.815[\text{kNs/mm}]$)よりも、並進化モードの減衰定数を最大とする連結ダンパー減衰係数($c_{hmax}=6.261[\text{kNs/mm}]$)の方が大きい。

主系（B 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は、El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，模擬波に対してそれぞれ 0.965, 0.954, 0.926, 0.963 と応答低減している。Hachinohe 波に対してのみ応答値が増大しているものの、応答増減率は 1.040 である。

副系（A 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は、全ての地震動において 1 を超えており、その値としては El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対しそれぞれ, 1.072, 1.109, 1.118, 1.072, 1.075 であり、概ね 10%前後の増大となっている。

3.6.2.6 モデル6 ($\mu=4, \kappa=1, \mu\kappa=4$, 領域Ⅱ/剛性均衡型)

図 3.6.2.6.1 に示す, $\mu=4.0, \kappa=1.0$ である領域Ⅱ (剛性均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.6.2.6.2 に示す. これらは 3.5.6 節でのモデル6 と同じ内容である. またこのモデルにおける非連結時の副系 (A 棟), 非連結時の主系 (B 棟), 剛結時, 定点理論を用いた副系 (A 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の副系 (A 棟), 定点理論を用いた主系 (B 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の主系 (B 棟) のそれぞれの変位伝達関数を図 3.6.2.6.3 に示す.

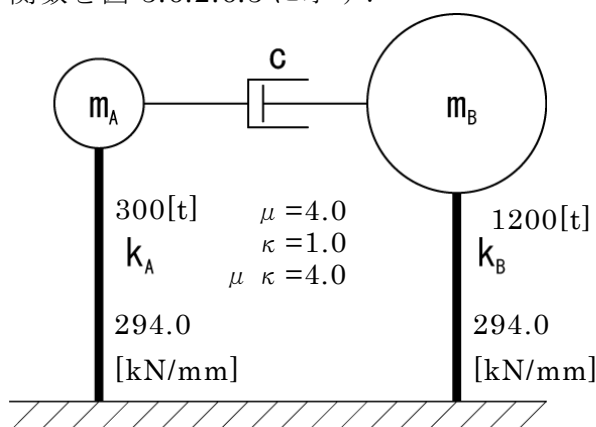


図 3.6.2.6.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

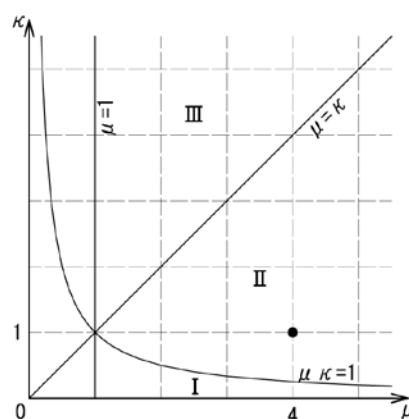


図 3.6.2.6.2 モデルの領域図中での位置

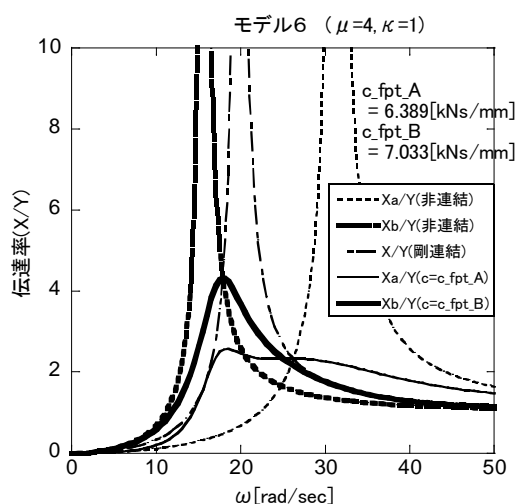


図 3.6.2.6.3 変位伝達関数

$$c_{fpt,A}=6.389 [kNs/mm]$$

$$c_{fpt,B}=7.033 [kNs/mm]$$

B 棟の定点伝達率の方が高いため,
 $c_{fpt}=7.033 [kNs/mm]$
 を採用する.

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させた際の、主系 (B 棟) と副系 (A 棟) それぞれの最大応答変位 $[cm]$ を求め、地震動毎に $c=0\sim 20 [kNs/mm]$ の範囲で図示したものが図 3.6.2.6.4 である. また並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $dmaxX(h_{max})$ と、定点理論による最適ダンパー減衰係数における最大応答変位 $dmaxX(c_{fpt})$ を表 3.6.2.6 にまとめた.

表 3.6.2.6 解析結果

(減衰定数最大時と定点理論最適ダンパー減衰係数時の最大応答変位とその比較)

$c=7.725[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(1)}_{\text{max}}=0.156$

地震動	dmaxA($h^{(1)}_{\text{max}}$) [cm] ①	dmaxB($h^{(1)}_{\text{max}}$) [cm] ②	dmaxA(c_{fpt}) [cm] ③	dmaxB(c_{fpt}) [cm] ④	dmaxA 比 ①/③	dmaxB 比 ②/④
E	1.488	2.222	1.441	2.261	1.033	0.983
T	1.729	3.020	1.663	3.028	1.040	0.997
K	1.882	3.247	1.799	3.293	1.046	0.986
H	1.433	2.247	1.371	2.203	1.045	1.020
w2%	1.031	1.704	0.990	1.708	1.041	0.998

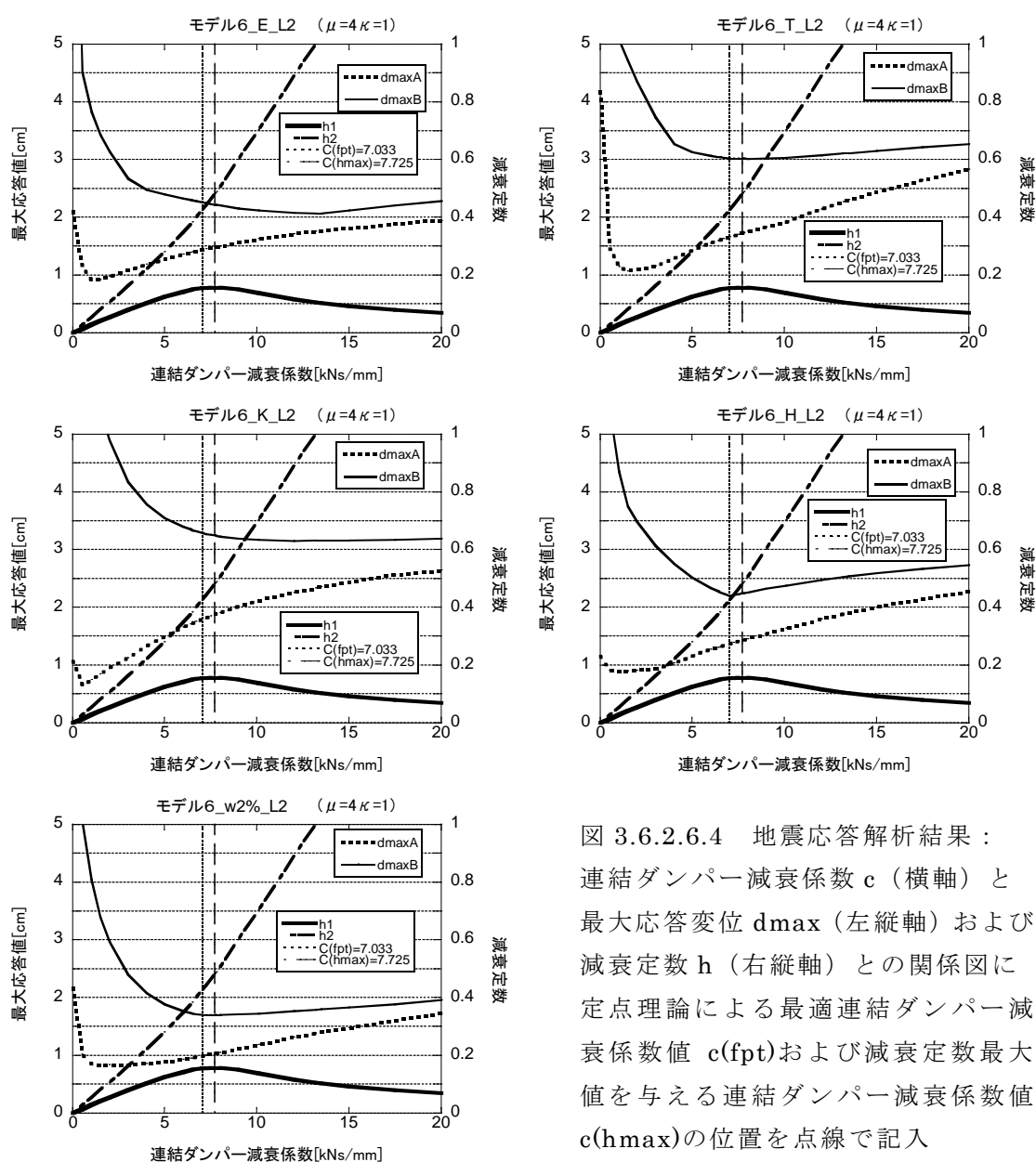


図 3.6.2.6.4 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 d_{max} (左縦軸) および
減衰定数 h (右縦軸) との関係図に
定点理論による最適連結ダンパー減
衰係数値 $c(\text{fpt})$ および減衰定数最大
値を与える連結ダンパー減衰係数値
 $c(h_{\text{max}})$ の位置を点線で記入

考察： $\mu=4$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=4$, 領域Ⅱ/剛性均衡型

定点理論による最適ダンパー減衰係数($c_{fpt}=7.033[\text{kNs/mm}]$)よりも，並進化モードの減衰定数を最大とする連結ダンパー減衰係数($c_{hmax}=7.725[\text{kNs/mm}]$)の方が大きい．

主系（B 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，模擬波に対してそれぞれ 0.983, 0.997, 0.986, 0.998 と応答低減している．Hachinohe 波に対してのみ応答値が増大しているものの，応答増減率は 1.020 と小さく同等程度の応答といえる．

副系（A 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，全ての地震動において 1 を超えており，その値としては El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，Hachinohe 波，模擬波に対しそれぞれ，1.033, 1.040, 1.046, 1.045, 1.041 であり，全て 5%未満の増大である．

3.6.2.7 モデル7 ($\mu=1$, $\kappa=0.1$, $\mu\kappa=0.1$, 領域 I / 質量均衡型)

図 3.6.2.7.1 に示す, $\mu=1.0$, $\kappa=0.1$ である領域 I (質量均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.6.2.7.2 に示す. これらは 3.5.7 節でのモデル7と同じ内容である. またこのモデルにおける非連結時の副系 (A 棟), 非連結時の主系 (B 棟), 剛結時, 定点理論を用いた副系 (A 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の副系 (A 棟), 定点理論を用いた主系 (B 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の主系 (B 棟) のそれぞれの変位伝達関数を図 3.6.2.7.3 に示す.

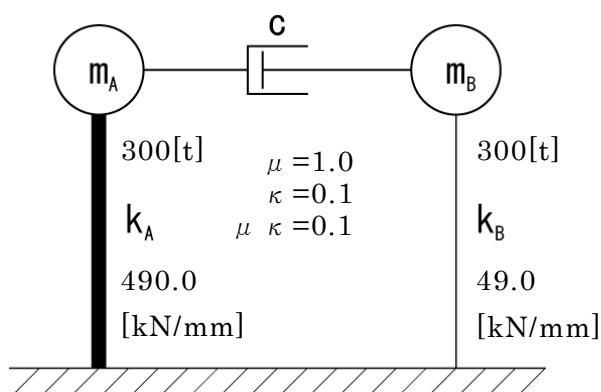


図 3.6.2.7.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

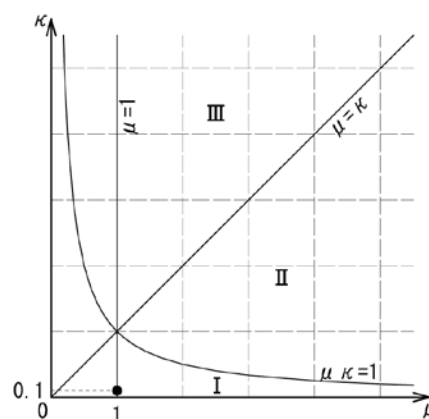


図 3.6.2.7.2 モデルの領域図中での位置

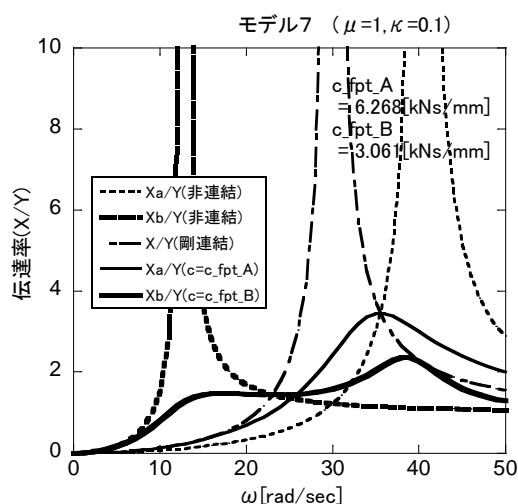


図 3.6.2.7.3 変位伝達関数

$$c_{fpt_A}=6.268[\text{kNs/mm}]$$

$$c_{fpt_B}=3.061[\text{kNs/mm}]$$

A 棟の定点伝達率の方が高いため,
 $c_{fpt}=6.268[\text{kNs/mm}]$
 を採用する.

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させた際の, 主系 (B 棟) と副系 (A 棟) それぞれの最大応答変位 [cm] を求め, 地震動毎に $c=0\sim 20[\text{kNs/mm}]$ の範囲で図示したものが図 3.6.2.7.4 である. また並進化モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$ と, 定点理論による最適ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(c_{fpt})$ を表 3.6.2.7 にまとめた.

表 3.6.2.7 解析結果

(減衰定数最大時と定点理論最適ダンパー減衰係数時の最大応答変位とその比較)

 $c=6.262[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\max}=0.187$

地震動	$d_{\max A}(h^{(2)}_{\max})$ [cm] ①	$d_{\max B}(h^{(2)}_{\max})$ [cm] ②	$d_{\max A}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ③	$d_{\max B}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ④	dmaxA 比 ①/③	dmaxB 比 ②/④
E	0.72875	1.8248	0.72882	1.8237	1.000	1.001
T	0.70293	1.8133	0.70306	1.8121	1.000	1.001
K	0.49007	2.0134	0.49076	2.0123	0.999	1.001
H	0.53707	1.4230	0.53734	1.4226	0.999	1.000
w2%	0.46822	1.1532	0.46834	1.1528	1.000	1.000

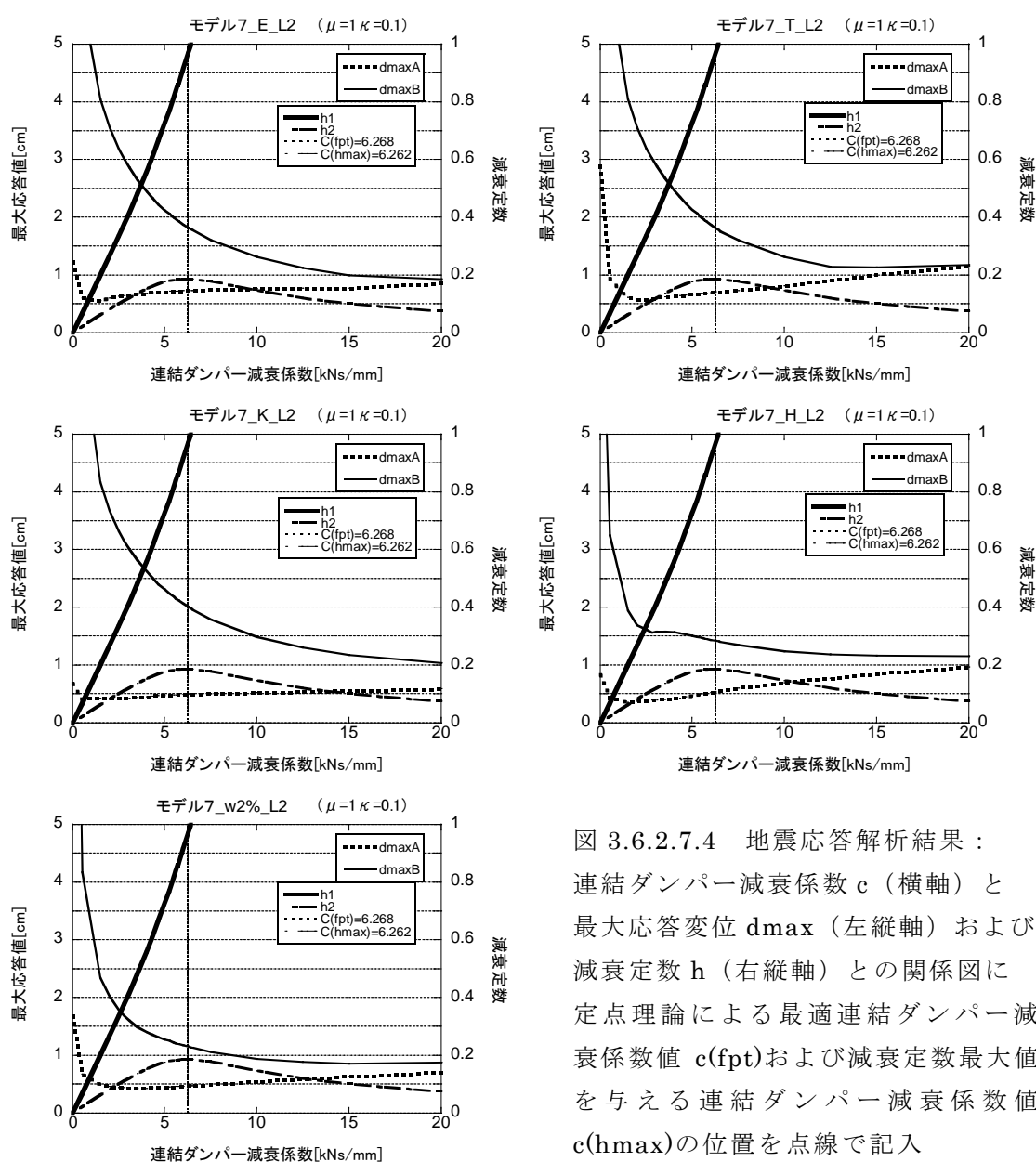


図 3.6.2.7.4 地震応答解析結果：
 連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
 最大応答変位 d_{\max} (左縦軸) および
 減衰定数 h (右縦軸) との関係図に
 定点理論による最適連結ダンパー減
 衰係数値 $c(\text{fpt})$ および減衰定数最大
 値を与える連結ダンパー減衰係数値
 $c(h_{\max})$ の位置を点線で記入

考察： $\mu=1$, $\kappa=0.1$, $\mu\kappa=0.1$, 領域 I / 質量均衡型

定点理論による最適ダンパー減衰係数($c_{fpt}=6.268[\text{kNs/mm}]$)と、並進化モードの減衰定数を最大とする連結ダンパー減衰係数($c_{hmax}=6.262[\text{kNs/mm}]$)は、ほぼ等しい。そのため、両者の応答値は主系副系ともに近い値となり、応答低減率も主系副系問わず、ほぼ 1 となっている。

3.6.2.8 モデル8 ($\mu=\sqrt{10}$, $\kappa=1/\sqrt{10}$, $\mu\kappa=1$, 領域境界上/基本モデル)

図 3.6.2.8.1 に示す, $\mu=3.16(=\sqrt{10})$, $\kappa=0.316(=1/\sqrt{10})$ である領域境界上(基本モデル)における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.6.2.8.2 に示すこれらは 3.5.8 節でのモデル8と同じ内容である. またこのモデルにおける非連結時の副系(A棟), 非連結時の主系(B棟), 剛結時, 定点理論を用いた副系(A棟)に対する最適連結ダンパーで連結した場合の副系(A棟), 定点理論を用いた主系(B棟)に対する最適連結ダンパーで連結した場合の主系(B棟)のそれぞれの変位伝達関数を図 3.6.2.8.3 に示す.

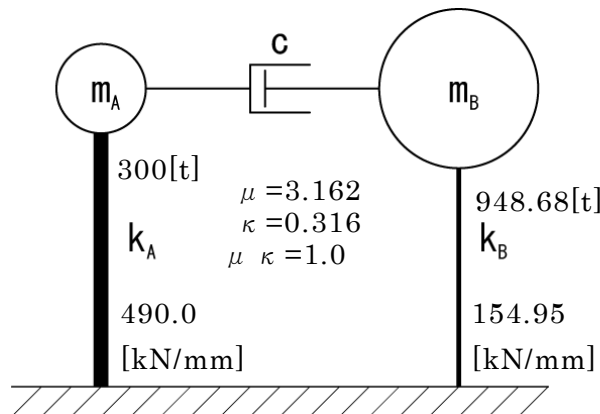


図 3.6.2.8.1 モデル概要(構造減衰は0)

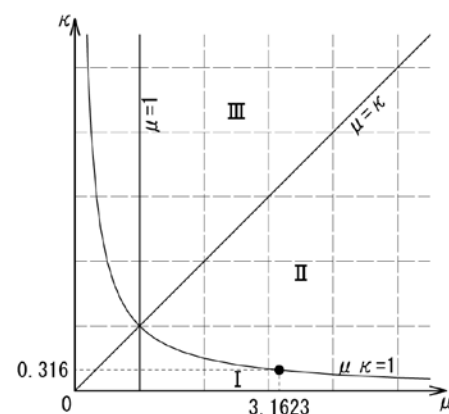


図 3.6.2.8.2 モデルの領域図中での位置

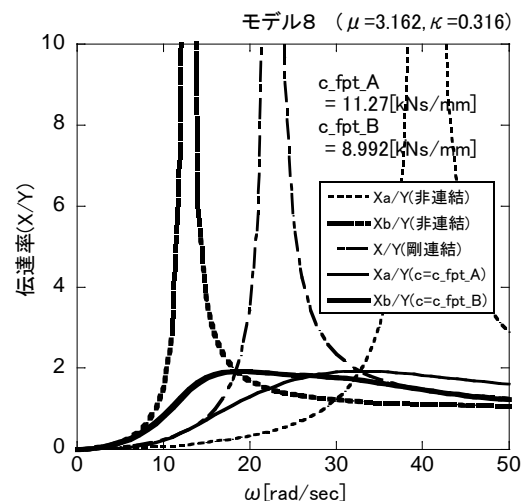


図 3.6.2.8.3 変位伝達関数

$$c_{fpt_A}=11.27[\text{kNs/mm}]$$

$$c_{fpt_B}=8.992[\text{kNs/mm}]$$

二棟の定点伝達率が同じ高さのため,
両者の平均を取り,

$$c_{fpt}=10.13[\text{kNs/mm}]$$

を採用する.

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させた際の, 主系(B棟)と副系(A棟)それぞれの最大応答変位[cm]を求め, 地震動毎に $c=0\sim40[\text{kNs/mm}]$ の範囲で図示したものが図 3.6.2.8.4 である. また並進モードの減衰定数 h が最大となる連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(h_{\max})$ と, 定点理論による最適ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{\max X}(c_{fpt})$ を表 3.6.2.8 にまとめた.

表 3.6.2.8 解析結果

(減衰定数最大時と定点理論最適ダンパー減衰係数時の最大応答変位とその比較)

$c=12.597[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.608$

地震動	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm] ①	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm] ②	$d_{\text{maxA}}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ③	$d_{\text{maxB}}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ④	d_{maxA} 比 ①/③	d_{maxB} 比 ②/④
E	1.1326	2.4432	1.0719	2.7387	1.057	0.892
T	1.1119	2.7599	1.0153	3.0165	1.095	0.915
K	0.9340	2.5529	0.86533	2.8881	1.079	0.884
H	0.7247	1.8386	0.70745	1.7638	1.024	1.042
w2%	0.6454	1.4455	0.59495	1.6038	1.085	0.901

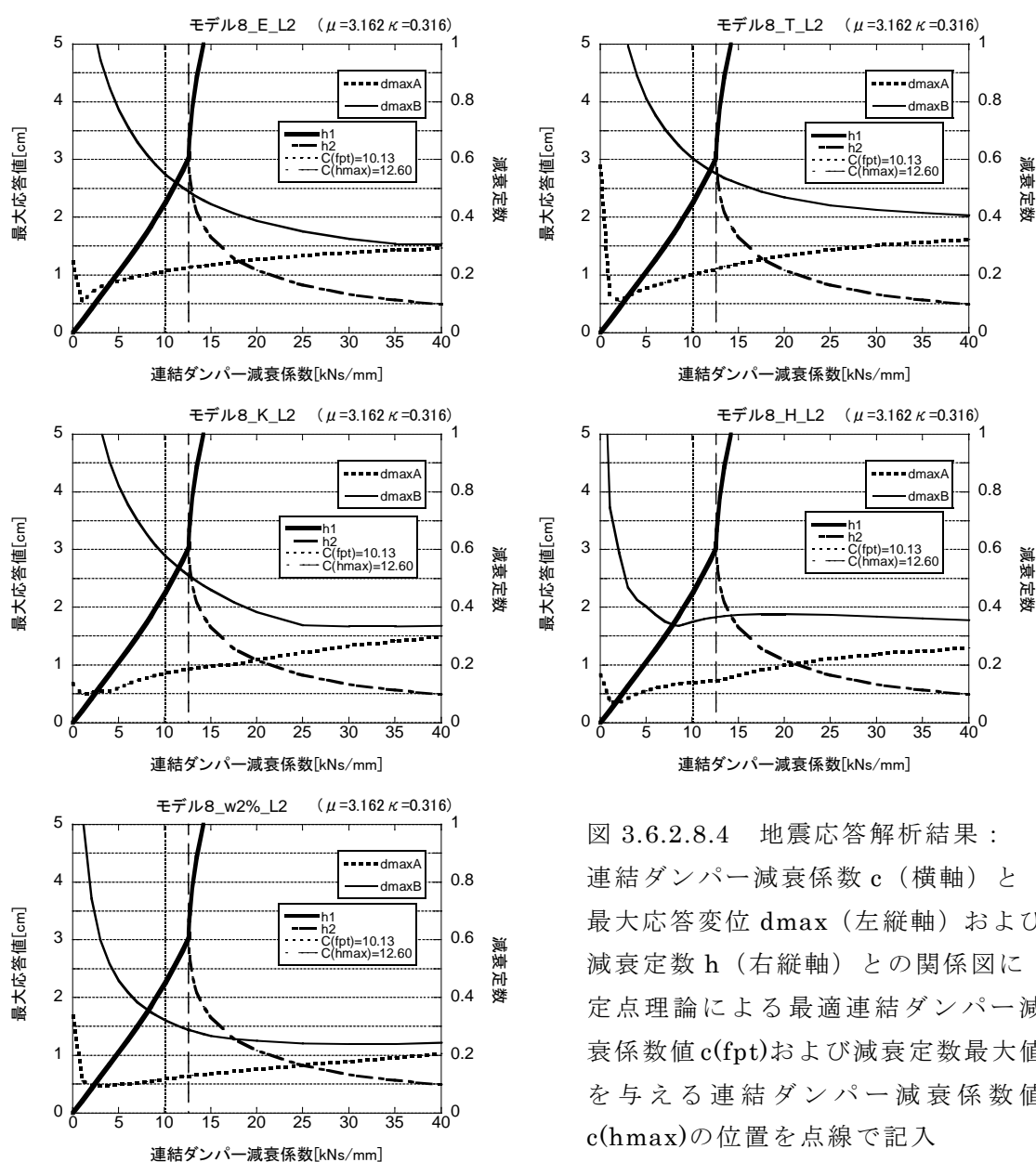


図 3.6.2.8.4 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 d_{max} (左縦軸) および
減衰定数 h (右縦軸) との関係図に
定点理論による最適連結ダンパー減
衰係数値 $c(\text{fpt})$ および減衰定数最大
値を与える連結ダンパー減衰係数値
 $c(h_{\text{max}})$ の位置を点線で記入

考察： $\mu = 3.16$, $\kappa = 0.316$, $\mu \kappa = 1$, 領域境界上/基本モデル

定点理論による最適ダンパー減衰係数($c_{fpt}=10.13[\text{kNs/mm}]$)よりも、並進化モードの減衰定数を最大とする連結ダンパー減衰係数($c_{hmax}=12.60[\text{kNs/mm}]$)の方が大きい。

主系（B 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は、El Centro 波，Taft 波，Kobe 波，模擬波に対してそれぞれ 0.892, 0.915, 0.884, 0.901 であり，10% 近く応答低減している．Hachinohe 波に対してのみ応答値が増大しているものの，応答増減率としては 1.042 で増加の程度は小さい。

副系（A 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，全ての地震動において 1 を超えており，その値としては最大で Taft 波に対しての 1.095 である．主系で応答増加の認められた Hachinohe 波に対しては，副系では応答増減率が 1.024 と，副系の中では最小の増大幅に留まっている．

主系副系ともに，他の 8 つのモデルよりも変動の幅が大きい。

3.6.2.9 モデル9 ($\mu=10$, $\kappa=1$, $\mu\kappa=10$, 領域Ⅱ/剛性均衡型)

図 3.6.2.9.1 に示す, $\mu=10, \kappa=1.0$ である領域Ⅱ (剛性均衡型) における応答解析例題を示す. モデルの領域図中での位置を図 3.6.2.9.2 に示す. これらは 3.5.9 節でのモデル9と同じ内容である. またこのモデルにおける非連結時の副系 (A 棟), 非連結時の主系 (B 棟), 剛結時, 定点理論を用いた副系 (A 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の副系 (A 棟), 定点理論を用いた主系 (B 棟) に対する最適連結ダンパーで連結した場合の主系 (B 棟) のそれぞれの変位伝達関数を図 3.6.2.9.3 に示す.

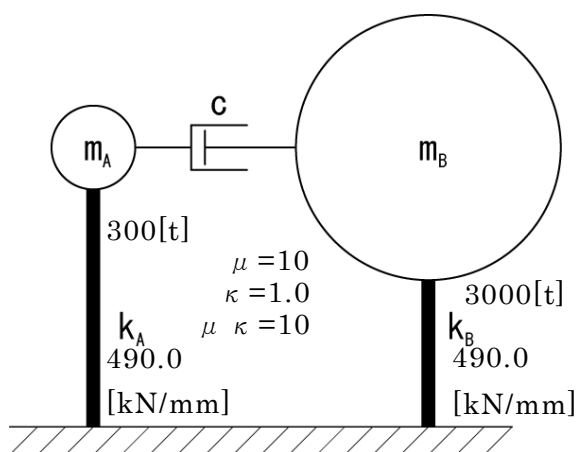


図 3.6.2.9.1 モデル概要 (構造減衰は 0)

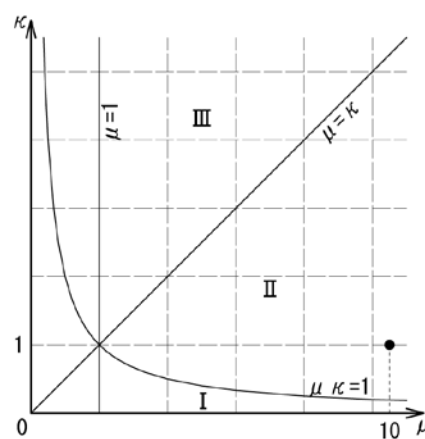


図 3.6.2.9.2 モデルの領域図中での位置

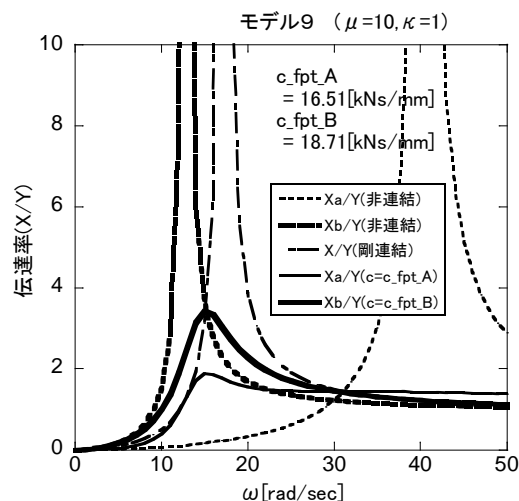


図 3.6.2.9.3 変位伝達関数

$$c_{fpt_A} = 16.51 \text{ [kNs/mm]}$$

$$c_{fpt_B} = 18.71 \text{ [kNs/mm]}$$

B 棟の定点伝達率の方が高いため、
 $c_{fpt} = 18.71$ [kNs/mm]
 を採用する。

連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させた際の、主系 (B 棟) と副系 (A 棟) それぞれの最大応答変位 [cm] を求め、地震動毎に $c=0 \sim 80$ [kNs/mm] の範囲で図示したものが図 3.6.2.9.4 である。また並進モード減衰定数 h が最大時の連結ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(h_{max})$ と、定点理論による最適ダンパー減衰係数における最大応答変位 $d_{maxX}(c_{fpt})$ を表 3.6.2.9 にまとめた。

表 3.6.2.9 解析結果

(減衰定数最大時と定点理論最適ダンパー減衰係数時の最大応答変位とその比較)

$c=19.802[\text{kNs/mm}]$ のとき $h^{(2)}_{\text{max}}=0.187$

地震動	$d_{\text{maxA}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm] ①	$d_{\text{maxB}}(h^{(2)}_{\text{max}})$ [cm] ②	$d_{\text{maxA}}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ③	$d_{\text{maxB}}(c_{\text{fpt}})$ [cm] ④	dmaxA 比 ①/③	dmaxB 比 ②/④
E	1.948	3.285	1.924	3.383	1.012	0.971
T	2.259	4.315	2.213	4.392	1.021	0.982
K	1.853	3.989	1.801	4.094	1.029	0.974
H	1.497	2.404	1.445	2.409	1.036	0.998
w2%	1.148	2.223	1.123	2.268	1.022	0.980

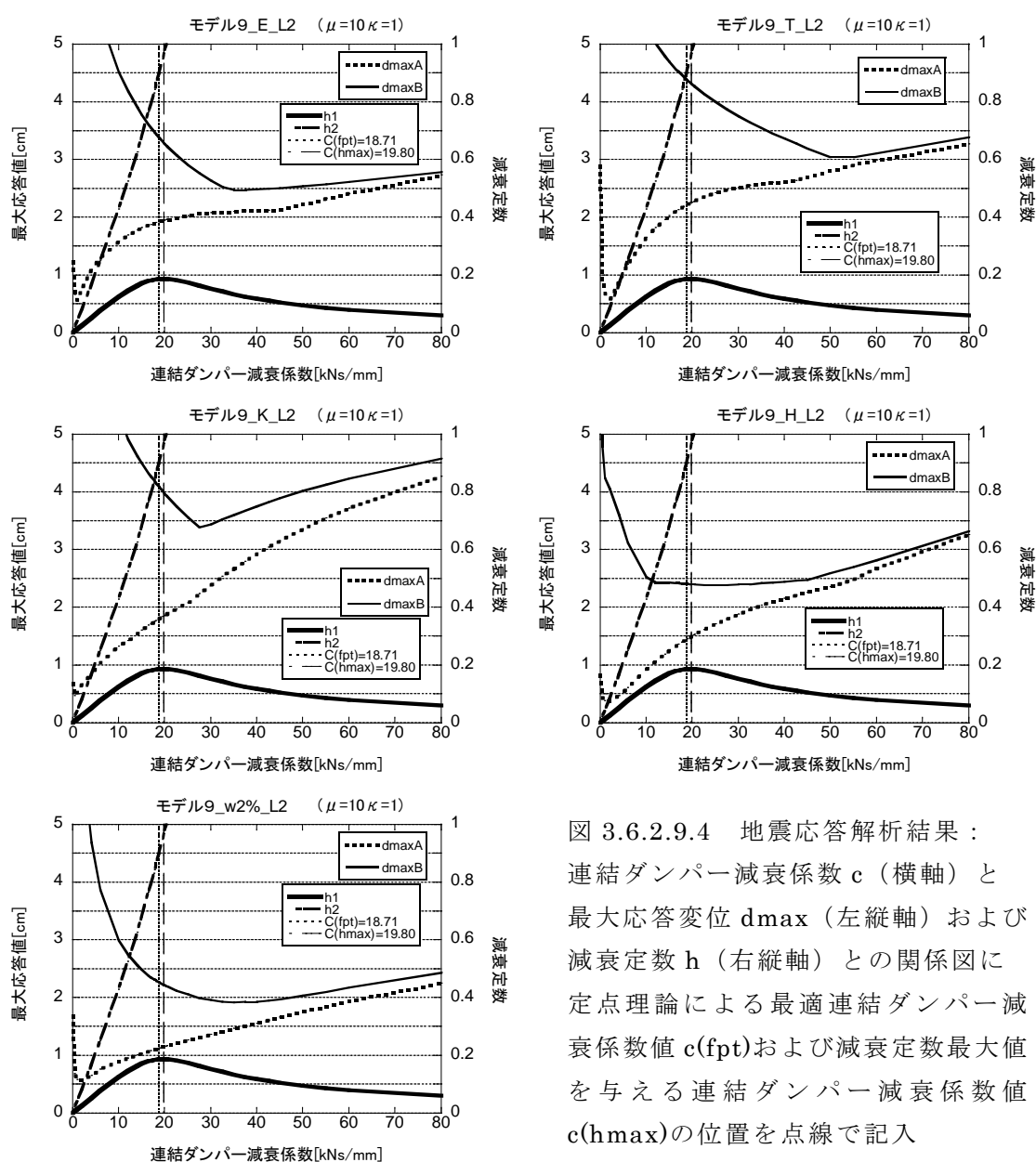


図 3.6.2.9.4 地震応答解析結果：
連結ダンパー減衰係数 c (横軸) と
最大応答変位 d_{max} (左縦軸) および
減衰定数 h (右縦軸) との関係図に
定点理論による最適連結ダンパー減
衰係数値 $c(\text{fpt})$ および減衰定数最大値
を与える連結ダンパー減衰係数値
 $c(\text{hmax})$ の位置を点線で記入

考察： $\mu=10$, $\kappa=1$, $\mu \kappa=10$, 領域Ⅱ/剛性均衡型

定点理論による最適ダンパー減衰係数($c_{fpt}=18.71[\text{kNs/mm}]$)よりも，並進化モードの減衰定数を最大とする連結ダンパー減衰係数($c_{hmax}=19.80[\text{kNs/mm}]$)の方が大きい．

主系（B 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，全ての地震動に対し 1 以下で応答低減している．

副系（A 棟）における定点理論による最適値からの応答増減率は，全ての地震動において 1 を超えているが，その値としては最大で Taft 波に対しての 1.036 であり，増加の程度としては小さい．

3.6.3 定点理論による最適ダンパー減衰係数時の地震時応答と減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数時の地震時応答の比較

モデル毎の、定点理論による最適ダンパー減衰係数を用いた場合の A 棟および B 棟の各地震動における最大応答変位 $d_{\max A}(c_{\text{fpt}})$ および $d_{\max B}(c_{\text{fpt}})$ に対する、並進モードの減衰定数が最大となる時の A 棟および B 棟の各地震動における最大応答変位 ($d_{\max A}(h^{(v)}_{\max})$ および $d_{\max B}(h^{(v)}_{\max})$) の比は応答増減率と考えることができ、その一覧を表 3.6.3 に示す。

表 3.6.3 定点理論による最適ダンパー利用時に対する応答増減率

固有 周期 比	質量均衡型 (領域Ⅰ, $\mu \kappa < 1$)	基本モデル (領域境界上, $\mu \kappa = 1$)	剛性均衡型 (領域Ⅱ, $\mu \kappa > 1$)																																																						
$\sqrt{2}$	モデル 1 <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>E</td><td>1.014</td><td>0.983</td></tr><tr><td>T</td><td>1.012</td><td>0.997</td></tr><tr><td>K</td><td>1.024</td><td>0.955</td></tr><tr><td>H</td><td>1.021</td><td>1.002</td></tr><tr><td>w</td><td>1.017</td><td>1.006</td></tr></table> $\mu = 1, \kappa = 0.5$		A	B	E	1.014	0.983	T	1.012	0.997	K	1.024	0.955	H	1.021	1.002	w	1.017	1.006	モデル 2 <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>E</td><td>1.064</td><td>0.977</td></tr><tr><td>T</td><td>1.022</td><td>0.998</td></tr><tr><td>K</td><td>1.062</td><td>0.906</td></tr><tr><td>H</td><td>1.037</td><td>0.992</td></tr><tr><td>w</td><td>1.062</td><td>0.991</td></tr></table> $\mu = \sqrt{2}, \kappa = 1/\sqrt{2}$		A	B	E	1.064	0.977	T	1.022	0.998	K	1.062	0.906	H	1.037	0.992	w	1.062	0.991	モデル 3 <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>E</td><td>1.045</td><td>0.996</td></tr><tr><td>T</td><td>1.005</td><td>1.002</td></tr><tr><td>K</td><td>1.043</td><td>0.956</td></tr><tr><td>H</td><td>1.010</td><td>0.988</td></tr><tr><td>w</td><td>1.036</td><td>0.983</td></tr></table> $\mu = 2, \kappa = 1$		A	B	E	1.045	0.996	T	1.005	1.002	K	1.043	0.956	H	1.010	0.988	w	1.036	0.983
		A	B																																																						
	E	1.014	0.983																																																						
	T	1.012	0.997																																																						
	K	1.024	0.955																																																						
	H	1.021	1.002																																																						
	w	1.017	1.006																																																						
	A	B																																																							
E	1.064	0.977																																																							
T	1.022	0.998																																																							
K	1.062	0.906																																																							
H	1.037	0.992																																																							
w	1.062	0.991																																																							
	A	B																																																							
E	1.045	0.996																																																							
T	1.005	1.002																																																							
K	1.043	0.956																																																							
H	1.010	0.988																																																							
w	1.036	0.983																																																							
2	モデル 4 <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>E</td><td>1.010</td><td>0.992</td></tr><tr><td>T</td><td>1.014</td><td>0.988</td></tr><tr><td>K</td><td>1.011</td><td>0.985</td></tr><tr><td>H</td><td>1.005</td><td>1.005</td></tr><tr><td>w</td><td>1.010</td><td>0.989</td></tr></table> $\mu = 1, \kappa = 0.25$		A	B	E	1.010	0.992	T	1.014	0.988	K	1.011	0.985	H	1.005	1.005	w	1.010	0.989	モデル 5 <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>E</td><td>1.072</td><td>0.965</td></tr><tr><td>T</td><td>1.109</td><td>0.954</td></tr><tr><td>K</td><td>1.118</td><td>0.926</td></tr><tr><td>H</td><td>1.072</td><td>1.040</td></tr><tr><td>w</td><td>1.075</td><td>0.963</td></tr></table> $\mu = 2, \kappa = 0.5$		A	B	E	1.072	0.965	T	1.109	0.954	K	1.118	0.926	H	1.072	1.040	w	1.075	0.963	モデル 6 <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>E</td><td>1.033</td><td>0.983</td></tr><tr><td>T</td><td>1.040</td><td>0.997</td></tr><tr><td>K</td><td>1.046</td><td>0.986</td></tr><tr><td>H</td><td>1.045</td><td>1.020</td></tr><tr><td>w</td><td>1.041</td><td>0.998</td></tr></table> $\mu = 4, \kappa = 1$		A	B	E	1.033	0.983	T	1.040	0.997	K	1.046	0.986	H	1.045	1.020	w	1.041	0.998
		A	B																																																						
	E	1.010	0.992																																																						
	T	1.014	0.988																																																						
	K	1.011	0.985																																																						
	H	1.005	1.005																																																						
w	1.010	0.989																																																							
	A	B																																																							
E	1.072	0.965																																																							
T	1.109	0.954																																																							
K	1.118	0.926																																																							
H	1.072	1.040																																																							
w	1.075	0.963																																																							
	A	B																																																							
E	1.033	0.983																																																							
T	1.040	0.997																																																							
K	1.046	0.986																																																							
H	1.045	1.020																																																							
w	1.041	0.998																																																							
$\sqrt{10}$	モデル 7 <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>E</td><td>1.000</td><td>1.001</td></tr><tr><td>T</td><td>1.000</td><td>1.001</td></tr><tr><td>K</td><td>0.999</td><td>1.001</td></tr><tr><td>H</td><td>0.999</td><td>1.000</td></tr><tr><td>w</td><td>1.000</td><td>1.000</td></tr></table> $\mu = 1, \kappa = 0.1$		A	B	E	1.000	1.001	T	1.000	1.001	K	0.999	1.001	H	0.999	1.000	w	1.000	1.000	モデル 8 <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>E</td><td>1.057</td><td>0.892</td></tr><tr><td>T</td><td>1.095</td><td>0.915</td></tr><tr><td>K</td><td>1.079</td><td>0.884</td></tr><tr><td>H</td><td>1.024</td><td>1.042</td></tr><tr><td>w</td><td>1.085</td><td>0.901</td></tr></table> $\mu = \sqrt{10}, \kappa = 1/\sqrt{10}$		A	B	E	1.057	0.892	T	1.095	0.915	K	1.079	0.884	H	1.024	1.042	w	1.085	0.901	モデル 9 <table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td></tr><tr><td>E</td><td>1.012</td><td>0.971</td></tr><tr><td>T</td><td>1.021</td><td>0.982</td></tr><tr><td>K</td><td>1.029</td><td>0.974</td></tr><tr><td>H</td><td>1.036</td><td>0.998</td></tr><tr><td>w</td><td>1.022</td><td>0.980</td></tr></table> $\mu = 10, \kappa = 1$		A	B	E	1.012	0.971	T	1.021	0.982	K	1.029	0.974	H	1.036	0.998	w	1.022	0.980
		A	B																																																						
	E	1.000	1.001																																																						
	T	1.000	1.001																																																						
	K	0.999	1.001																																																						
	H	0.999	1.000																																																						
w	1.000	1.000																																																							
	A	B																																																							
E	1.057	0.892																																																							
T	1.095	0.915																																																							
K	1.079	0.884																																																							
H	1.024	1.042																																																							
w	1.085	0.901																																																							
	A	B																																																							
E	1.012	0.971																																																							
T	1.021	0.982																																																							
K	1.029	0.974																																																							
H	1.036	0.998																																																							
w	1.022	0.980																																																							

3.6.4 考察

表 3.6.3 の結果を用いて表 3.6.4.1 および表 3.6.4.2 の二つの表を作成した。

表 3.6.4.1 手法の単純比較

固有 周期 比	質量均衡型 (領域Ⅰ, $\mu \kappa < 1$)		基本モデル (領域境界上, $\mu \kappa = 1$)		剛性均衡型 (領域Ⅱ, $\mu \kappa > 1$)	
	モデル 1		モデル 2		モデル 3	
	A	B	A	B	A	B
$\sqrt{2}$	E		E	▲	E	△
	T		T		T	
	K	○	K	▲ ◎	K	△ ○
	H		H	△	H	
	w		w	▲	w	△
2	モデル 4		モデル 5		モデル 6	
	A	B	A	B	A	B
	E		E	▲ ○	E	△
	T		T	▲ ○	T	△
	K		K	▲ ◎	K	△
$\sqrt{10}$	モデル 7		モデル 8		モデル 9	
	A	B	A	B	A	B
	E		E	▲ ◎	E	○
	T		T	▲ ◎	T	
	K		K	▲ ◎	K	△ ○

◎:0.95以下, ○:0.95~0.975, 無印:0.975~1.025
△:1.025~1.05, ▲1.05以上

表 3.6.4.2 良好な結果の抽出

固有 周期 比	質量均衡型 (領域Ⅰ, $\mu \kappa < 1$)		基本モデル (領域境界上, $\mu \kappa = 1$)		剛性均衡型 (領域Ⅱ, $\mu \kappa > 1$)	
	モデル 1		モデル 2		モデル 3	
	A	B	A	B	A	B
$\sqrt{2}$	E	○	E	○	E	○
	T	○	T	○	T	
	K	○	K	○	K	○
	H		H	○	H	○
	w		w	○	w	○
2	モデル 4		モデル 5		モデル 6	
	A	B	A	B	A	B
	E	○	E	○	E	○
	T	○	T	○	T	○
	K	○	K	○	K	○
$\sqrt{10}$	モデル 7		モデル 8		モデル 9	
	A	B	A	B	A	B
	E	○	E	○	E	○
	T	○	T	○	T	○
	K	○	K	○	K	○

○:1.0以下(応答低減)
無印:1.0超過(応答増大)

(A は副系, B は主系を表す)

表 3.6.4.1 は定点理論を用いて決めた連結ダンパー減衰係数を採用した場合と並進化モードを最大化する連結ダンパー減衰係数を採用した場合の単純な比較で、定点理論により決定したダンパーを用いた場合の応答値からの増減幅が±2.5%までの場合を無印、2.5%以上低減の場合を○、同 5%以上低減の場合を◎として良好化した結果を表し、2.5%以上増大の場合を△、同 5%以上増大の場合を▲として悪化した結果を表している。表 3.6.4.2 は、良好した場合(数値が四捨五入 1.000 以下)のみを○とし他は無印とした表である。耐震補強のように二棟(2つの構造物)のうち一方を後から設計・施工できるような場合には、後付する側の応答が非連結時に比べ増大することは何ら問題なく、むしろ補強対象の応答低減の有無が簡潔にわかることがよいからである。

この表 3.6.4.1 および表 3.6.4.2 を概観すると以下の特徴が浮かび上がる。

- (a) 表 3.6.4.2 より主系(B棟)の応答結果は全 45 例(=9 モデル×地震波 5 種)のうち 35 例において○印(応答が定点理論による結果よりも低下)で、そうでない 10 例の結果においても 10 例のうち過半の 8 例で応答の増大は

微増（無印）で、残り 2 例においても、 Δ 印（4.2%増および 4.0%増）で小さく、応答増大量が 5%以上であることを表す \blacktriangle 印はない．またそれら Δ 印の全てが基本モデルの Hachinohe 波で生じている（モデル 5,モデル 8）．

- (b) 表 3.6.4.1 より副系（A 棟）の応答結果はモデル 7 を除いた全てのモデルにおいて増大しているが、 \blacktriangle 印（応答増大量が 5%を超えるもの）は、基本モデル（15 例中 12 例）にのみ見受けられ、質量均衡型や剛性均衡型においては見受けられない．質量均衡型と剛性均衡型を比べると、剛性均衡型の方が応答微増の Δ 印の数は多い．

この(a)および(b)の特徴から、固有周期比の大小や、 $\mu\kappa$ の値による分類によらず、並進化モードの減衰定数を最大化するような減衰係数を有するダンパーで連結することは定点定理による最適ダンパー減衰係数を有するダンパーで連結するよりも主系（B 棟）の応答低減に効果的であると言える．

この(a)および(b)の特徴や 9 つのモデルを用いた解析結果から、本節のまとめとして以下のことが言える．

- (1) 定点理論による最適連結ダンパー減衰係数の値と、並進化モードの減衰定数を最大にする場合の連結ダンパー減衰係数の値の大小関係を比較すると、全 9 モデル中、モデル 7 を除いた 8 つのモデルにおいて後者が前者よりも大きく、モデル 7 においてはほぼ同じ値である．
- (2) 各モデルでの応答結果を比較すると、固有周期比の大小や、 $\mu\kappa$ の値による分類によらず、並進化モードの減衰定数を最大化するような減衰係数を有するダンパーで連結することは、定点定理による最適ダンパー減衰係数を有するダンパーで連結するよりも主系（B 棟）の応答低減に効果的である．
- (3) 一方、副系（A 棟）においては、並進化モードの減衰定数を最大化する連結ダンパーを用いた方が、全 9 モデル中、モデル 7 を除いた 8 つのモデルにおいて応答値は増大する．そのうち、応答増大量が 5%以上となるものは、基本モデルにおいて（15 例中 12 例）のみ見受けられ、質量均衡型、剛性均衡型においては見受けられない．
- (4) 副系（A 棟）の応答の様相を概観すると、定点定理による最適連結ダンパー減衰係数や並進化モードの減衰定数を最大化する連結ダンパー減衰係数よりも十分に小さな減衰係数のダンパーを用いる場合に応答の最小値を迎え、それ以後は連結ダンパー減衰係数の増大とともに応答が単調に増加し続ける傾

向にある．

- (5) 3.5.12 節において，固有周期比が 2 まで（対象モデルのうち固有周期比が $\sqrt{10}$ のものを除く $\sqrt{2}$ および 2）の場合には，並進化モードの減衰定数を最大化させる連結ダンパーを用いた方が適当と述べたが，定点理論による最適ダンパー減衰係数との比較に関して言えば，固有周期比が 2 を超える場合（対象モデルにおける固有周期比 $\sqrt{10}$ の場合）においても，定点理論による最適ダンパーを用いるよりも，並進化モードの減衰定数を最大化させる連結ダンパーを用いた方が応答低減に対して有効である．
- (6) 副系に関して，減衰定数を最大化させる連結ダンパー利用時の応答が定点理論による最適ダンパー利用時の応答に比して増大することについては，耐震補強のように新たにフレームを付加することで主系の応答を低減させることを主な目的として連結制振構法を採用する場合は，副系が新設される設計対象であることを考慮すれば問題になることは少なく，従って，そのような場合は，定点理論による最適ダンパーを用いるよりも，並進化モードの減衰定数を最大化させる連結ダンパーを用いた方が適当であるといえる．

3.7 結論

本章では、二棟の建物それぞれを 1 質点とした 2 自由度の平面連結せん断質点系モデルにおいて、二棟の質量比と剛性比の組合せ毎にモデルを構成し、そのモデル毎に連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに 0 から増加させていった際の地震時応答解析を 5 種の地震動に対して実行し、二棟（各 1 自由度）についての地震波毎の最大応答変位を調べ、特に、並進化モードの減衰定数の値が最大となるような連結ダンパー減衰係数、および、定点理論による最適ダンパー減衰係数を採用した場合の最大応答変位に着目することで、以下の結論を得た。

- (1) 連結ダンパー減衰係数の決定に際し、並進化モードの減衰定数の値が最大となるような連結ダンパー減衰係数を採用すると、非連結時の最大応答に比べ、全てのモデルにおいて主系（B 棟）の応答低減効果があることが確認され、その効果は、二棟間の固有周期比が大きいほど高く、また同一の固有周期比の場合は、 $\mu\kappa$ の値が小さいほど高い。
- (2) 連結ダンパー減衰係数の決定に際し、並進化モードの減衰定数の値が最大となるような連結ダンパー減衰係数を採用することは、固有周期比が 2 以下の範囲において、地震動毎の最大応答変位の最小値から増幅が小さい範囲に収まっている場合が多く、すなわち、多様な地震動に対して主系と副系双方の応答低減に効果的である。
- (3) 固有周期比が 2 を超えるような場合、並進化モードの減衰定数の値が最大となるような連結ダンパー減衰係数を採用すると、地震最大応答変位の最小値を与える連結ダンパー減衰係数と一致しないものの、定点理論による最適ダンパー減衰係数を採用した場合の地震時応答結果に比べれば、特に主系においては概ね応答低減できている。
- (4) 上記(1)～(3)より、固有周期比の大小や、 $\mu\kappa$ の値による分類によらず、並進化モードの減衰定数を最大化するような減衰係数を有するダンパーで連結することは、定点理論による最適ダンパー減衰係数を有するダンパーで連結するよりも主系（B 棟）の応答低減に効果的である。
- (5) 副系（A 棟）においては、並進化モードの減衰定数を最大化する連結ダンパーを用いた場合の応答値は、定点理論による最適ダンパー減衰係数を有するダンパーを用いた場合の応答値に比して増大するが、その応答増大量が 5%を超えるものは、基本モデルの多くと剛性均衡型の一部においてで

あり，質量均衡型においては見受けられない．

- (6) 耐震補強のように新たにフレームを付加することで主系の応答を低減させることを主な目的として連結制振構法を採用する場合は，副系に関して，減衰定数を最大化させる連結ダンパー利用時の応答が定点理論による最適ダンパー利用時の応答に比して増大することについては，副系が新設される設計対象であることを考慮すれば，問題になることは少なく，従ってそのような場合は，定点理論による最適ダンパーを用いるよりも，並進化モードの減衰定数を最大化させる連結ダンパーを用いた方が適当であるといえる．

4 章 結 論

本論文は、二棟連結制振系において、連結ダンパー減衰係数の増加に伴う減衰定数や固有円振動数といった系の振動に関する基本特性を明らかにすることを目的の 1 つとし、さらに、その地震応答特性を調べることで、連結制振構造における適切な連結ダンパーの減衰係数のあり方について考えようとしたものである。

2 章では、質量が M で剛性が K の主系と、質量が m で剛性が k の副系からなる二棟の建物を、減衰係数 c を有する粘性ダンパーで連結した 2 自由度の平面連結せん断質点系としてモデル化し、その自由振動の運動方程式から複素固有値解析によって得られる固有値を手掛かりに、連結ダンパー減衰係数 c の増加に伴う減衰定数や固有円振動数等の二棟連結系の振動に関する主要特性について論じた。

副系に対する主系の質量比 $\mu = M/m$ (≥ 1)、剛性比 $\kappa = K/k$ を軸とする平面において、連結ダンパー減衰係数 c の増大に対する連結系の減衰定数 h および固有円振動数 ω の変動の様相を分類する領域分けが可能であることを示し、その領域は 3 領域であることを明らかにした。この領域分けのうち、 $\mu > \kappa$ の範囲では、異なる 4 つの複素固有値の実部および虚部の絶対値、またはそのどちらか一方が等しくなる“重複点”が存在することを明らかにし、その値を陽に誘導した。

変動の様相に関する領域分けが可能であることを示した一方で、連結ダンパー減衰係数 c が無限大となった場合の固有振動モードは、領域の分類によらず、並進モードと離合モードの 2 つのモードに収束することを明らかにした。並進モードとは、固有モード成分における主系と副系の大きさの比が 1 で位相差が 0 の固有モードを表し、離合モードとは、同じく固有モードにおける主系と副系の位相差が π の固有モードを表す。それら 2 つの固有モードの固有円振動数は、並進モードが $\omega_r = \sqrt{(K+k)/(M+m)}$ 、離合モードが $\omega_{mp} = \sqrt{Kk(M+m)/Mm(K+k)}$ である。連結ダンパー減衰係数 c の増大に伴いやがて並進モードに至るモードを並進化モード、同じく離合モードに至るモードを離合化モードとして定義することで、先に述べた領域毎に異なる変動の様相を統一的に記述することが可能であり、また、並進モードと離合モードの固有円振動数の大小関係がそのまま領域分類に対応していることを明らかにした。

連結ダンパー減衰係数 c の増加に伴う減衰定数の変動の様相は、並進化モードの減衰定数は c が小さい初めのうち単調に増加し 1 つの極大値を迎えた後減少に転じ最終的に 0 に至る。離合化モードの減衰定数は c の増加に伴い単調に増加しながら過減衰域に至り増加し続ける。特に領域分けの境界を表す $\mu\kappa=1$ の関係を満たすモデル（基本モデル）においては、 $c=0$ から重複点に至るまでの間、2 つの減衰定数は一致しているが、重複点を境に並進化モードと離合化モードの減衰定数へと分離する特徴をもつことを明らかにした。

連結ダンパー減衰係数 c の増加に伴う固有円振動数の変動の様相は、領域分けされたいずれの領域の場合においても、 $c=0$ において非連結時の主系と副系それぞれの固有円振動数（小さい側が 1 次で大きい側が 2 次と定義される）であったものが、 c の増加に伴って 1 次は単調に増加し、2 次は単調に減少し、それぞれ ω_r または ω_{mp} のどちらかに収束することを明らかにした。 ω_r に収束するのが並進化モードで ω_{mp} に収束するのが離合化モードであることから、 ω_r と ω_{mp} の大小関係により、非連結時の 1 次および 2 次モードのどちらが並進化モードあるいは離合化モードであるかを判別できる。一方、領域境界である $\mu\kappa=1$ の場合は、 $\omega_r = \omega_{mp}$ の関係があり、固有円振動数は c が重複点に至るまでの間は、2 次は減少、1 次は増大し、 c が重複点に達したところで共に $\omega_r = \omega_{mp}$ に一致し、以降は c の値によらず、その固有円振動数で一定となる特徴をもつことも明らかにした。

また、 ω_r と ω_{mp} を用いることで、二棟連結制振系の減衰定数と固有円振動数の間には、 $(h_1 - h_2)(\omega_1 - \omega_2) = 1/2 \cdot \{(M + m)/Mm\} \cdot (1 - \omega_r/\omega_{mp}) \cdot c$ の関係があることを示した。この式からは、 $\omega_r \neq \omega_{mp}$ を満たす場合（領域境界上以外の領域全て）において、1 次と 2 次の減衰定数の大小関係が領域分類ごとに定まることや、 c が無限大に近づいた際の過減衰側の減衰定数が指数関数的発散や漸近近似をするのではなく線形的に発散すること、非連結時に別々の値である固有円振動数は c が増大しようとも一致することはないこと等、連結制振系の固有振動特性における様々な情報を読み取ることができる。また、この式は領域境界上にある場合も満足する式であり、さらに過減衰域の有無に関わらず適用可能な、二棟連結制振系の基本式と言える。

このように連結ダンパー減衰係数の増大に伴う系の減衰定数や固有円振動数等の変動特性や関係式を明らかにした。しかしながら、これだけではこれら固有振動特性が系の振動の減衰とどのような関係にあり、設計上どの程度有意な情報であるのかが不明瞭で、物理的な考察が必要である。そこで、1 次および 2 次の固有モードでの定常振動状態における連結ダンパーの 1 周期あたりの伸縮の振幅をダンパーストロークと定義し、複素刺激関数を用いてダンパーストロークを評価することを試みた。その結果、並進化モードの減衰定数の変動の様相とダンパーストロークの変動の様相の類似性や、それぞれの定義式内における共通の項が存在することを明らかにした。このことは並進化モードの減衰定数の変動の様相が、系に減衰を与える唯一のデバイスであるダンパーの伸縮量という物理的挙動と密接に対応していることを示しており、これにより、並進化モードの減衰定数の変動情報は設計的に有意な情報であることを示した。

ここに挙げた多くの特性を、 M, m, K, k, c という系の基本情報のみを用いて近似条件の設定を行うことなく理論的に等式展開を行うことで明らかにしたことは、本論文の大きな特徴であり成果でもある。また、基本情報のみを扱ったモデルに基づき定式化することで、連結制振における理想モデルとして扱われる基本モデ

ル ($\mu\kappa=1$) から大きく外れた領域も対象にすることができており、また連結ダンパー減衰係数が無限大である場合の情報を用いて系の特性を論じるなど、対象範囲の限定を行うことなく、連結制振というシステムを俯瞰的に捉えたこともまた本論文の成果の 1 つである。

3 章では、2 章で明らかにした領域分類に基づいた、質量均衡型 (領域 I)、基本モデル ($\mu\kappa=1$)、剛性均衡型 (領域 II) の 3 分類に対し、固有周期比 $\tau=\sqrt{2}, 2, \sqrt{10}$ による 3 分類した計 $3\times 3=9$ 種のモデルを作成し、5 種のレベル 2 相当の地震動に対して地震応答解析を行った。また、2 章で明らかにしたダンパーストロークと並進化モードの減衰定数の関係から、並進化モードの減衰定数が最大となる場合の減衰係数を有する連結ダンパーを採用することが、設計上適当であるという仮説を立て、その検証を行った。

任意のモデルにおいて、連結ダンパー減衰係数 c をパラメトリックに増大させながら地震時応答解析を行うと、 c 毎に得られる最大応答値のうち最小値を記録する c の値は、地震動毎に異なることが確認された。それら地震動毎の最大応答値の最小値と、並進化モードの減衰定数が最大となるような連結ダンパー減衰係数 c を採用した場合の地震時応答値を比較したところ、そのようなダンパーを用いた場合の応答値は、固有周期比が 2 以下の範囲において、地震動毎の最大応答値の最小値からの増大の程度が小さい範囲に収まっている場合が多いことが確認された。すなわち、多様な地震動に対して主系と副系双方の応答低減に効果的であることがわかり、また、固有周期比が 2 よりも大きい範囲においても、 $\mu\kappa$ の値も増大すれば、主系の応答低減に効果的であることが確認された。

さらに、連結ダンパー減衰係数の増大に伴って並進化モードの減衰定数が最大となるような連結ダンパー減衰係数を採用した場合の地震応答解析結果と、定点理論による最適連結ダンパー減衰係数を採用した場合の地震応答解析結果との比較を行ったところ、固有周期比の大小や、 $\mu\kappa$ の値による分類によらず、前者の方が後者よりも主系の応答低減に効果的であることが確認された。また、副系においては、前者の応答値は後者の応答値に比して増大しているものの、応答増大が顕著な例は、基本モデルの多くと剛性均衡型の一部においてのみ見られ、質量均衡型においては見受けられない等の特徴が確認された。耐震補強のように新たにフレームを付加することで主系の応答を低減させることを主な目的として連結制振構法を採用する場合は、副系に関しての応答量の差については、副系が新設される設計対象であることを考慮すれば、問題になることは少なく、従って、定点理論による最適ダンパーを用いるよりも、並進化モードの減衰定数を最大化させるような減衰係数を有する連結ダンパーを用いた方が、多様な地震動に対する連結制振系の設計としては総じて適当であるという結論が得られた。ただし、パラメター c 毎の最大応答値のうち最小値を与える c は、いずれのモデルにおいて

も地震動毎に異なるという結果から考えれば，定点理論を用いた方法であれ，本論文にて提示した方法であれ，どちらかが絶対的に優れた最適解を与えるという類のものではない．それぞれが粘性ダンパーを用いた連結制振系のダンパー設計に際し十分に有意な情報を与える手法として認められるという類のものである．しかしながら，これまでにおいて，粘性ダンパーを用いた連結制振系のダンパー設計における代表的手法とされてきた定点理論を用いたダンパー決定手法と比べ，その結果において遜色のない手法を提示できたことは本論文の大きな成果であると考えられる．

参考文献

- 1) 井川 望, 山田祐司, 横山浩明, 橘英三郎: 2棟連結による制振システムに関する研究, アクティブ制震(振)シンポジウム論文集, pp.333-340, 1992.3
- 2) Luco, J. E. and De Barros, F. C. P.: Optimal Damping Between Two Adjacent Elastic Structures, *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, **27**(7), pp.649-659, 1998.7
- 3) 蔭山 満, 安井 譲, 背戸一登: 連結制振の基本モデルにおける連結バネとダンパーの最適解の誘導, 日本建築学会構造系論文集, No.529, pp.97-104, 2000.3
- 4) 蔭山 満, 安井 譲, 背戸一登: 多モード連結制振を対象とした連結バネとダンパーの最適配置に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No.538, pp.79-86, 2000.12
- 5) 遠山 解, 山崎真司: 連結制振構造に関する研究, (その1) 定常振動に対する応答特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.797-798, 2002.8
- 6) 西村 功, 瀬川隆史: 非線形減衰装置を用いた2棟連結制震構造, その1 装置接続剛性を考慮した最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.707-708, 2003.9
- 7) 西村 功, 瀬川隆史: 非線形減衰装置を用いた2棟連結制震構造, その2 適用建物と減衰装置の概要, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.707-708, 2003.9
- 8) 遠山 解, 山崎真司: 連結制振構造に関する研究, (その2) 平面形状が振れ応答性状に及ぼす影響, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.711-712, 2003.9
- 9) 蔭山 満: 定点理論による連結制振を対象としたパッシブ系の多モード最適制振の設計法に関する研究, 日本大学学位論文, 2005
- 10) 諸岡繁洋, 篠原達巳, 御澤昇明, 中島正愛: 遊隙連結系の等価線形化と応答制御への適用, 日本建築学会構造系論文集, No.587, pp.61-68, 2005.1
- 11) 阿部彩香, 小谷俊介, 大網浩一: 制振部材で相互に連結した構造物群の地震時挙動, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.1013-1014, 2005.9
- 12) 辻 聖晃, 竹脇 出, 高橋宏治, 檜原健一: アウトフレームを用いた連結制震構法による耐震補強(その1: 基本耐震補強特性), 日本地震工学会大会講演梗概集, pp.392-393, 2005.11
- 13) 高橋宏治, 檜原健一, 辻 聖晃, 竹脇 出: アウトフレームを用いた連結制震構法による耐震補強(その2: 試設計例), 日本地震工学会大会講演梗概集, pp.394-395, 2005.11
- 14) 岡田直子, 阿部彩香, 坂本成弘, 藤井俊二, 小谷俊介: ビル間の隙間を利用した耐震性能向上に関する研究, その1 旧耐震ビル群, 日本建築学会大会

- 学術講演梗概集, B-2, pp.759-760, 2006.9
- 15) 阿部彩香, 岡田直子, 坂本成弘, 藤井俊二, 小谷俊介: ビル間の隙間を利用した耐震性能向上に関する研究, その1 旧耐震建物と新耐震建物, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.761-762, 2006.9
 - 16) 片岡隆広, 山本博之, 黒木安男, 檜原健一: アウトフレーム連結制振構法による耐震補強, その1 構法概要及び試設計, 日本建築学会大会学術講演梗概集, C-2, pp.615-616, 2006.9
 - 17) 高橋宏治, 太田崇士, 太田 寛, 檜原健一: アウトフレーム連結制振構法による耐震補強, その2 基本特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, C-2, pp.617-618, 2006.9
 - 18) 岩佐裕一, 藤井 睦, 竹脇 出, 辻 聖晃: アウトフレーム連結制振構法による耐震補強, その3 縮小モデルによる振動実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, C-2, pp.619-620, 2006.9
 - 19) 井川 望, 関谷英一, 竹脇 出, 辻 聖晃: アウトフレーム連結制振構法による耐震補強, その4 振動実験結果の数値シミュレーション, 日本建築学会大会学術講演梗概集, C-2, pp.621-622, 2006.9
 - 20) 張 富明, 向井洋一: 棟間連結制振建物の耐震性能に対する検討, 日本建築学会構造系論文集, No.608, pp.29-36, 2006.10
 - 21) 辻 聖晃, 竹脇 出: 外付けフレームとのダンパー連結による低層既存建物の耐震補強構法, 日本建築学会構造系論文集, No.612, pp.55-62, 2007.2
 - 22) 竹脇 出, 辻 聖晃: 連結制震ダンパーを有する構造物群へ入力される地震エネルギーの基本特性, 日本建築学会構造系論文集, No.616, pp.81-87, 2007.6
 - 23) Takewaki, I. (2007). 'Earthquake Input Energy to Two Buildings Connected by Viscous Dampers', *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 133, No. 5, pp620-628.
 - 24) 楊 貴君, 岩崎良二, 高田毅士: 連結構造物における定点理論に基づく質量比一周波数比空間の領域分類と最適パラメターの誘導, 日本建築学会構造系論文集, No.617, pp.71-76, 2007.7
 - 25) 阿部彩香, 小谷俊介, 大網浩一: 構造物の連結による耐震補強, その1 対象建物および連結部材の特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.729-730, 2007.9
 - 26) 大網浩一, 小谷俊介, 阿部彩香: 構造物の連結による耐震補強, その2 連結による制振効果, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.731-732, 2007.9
 - 27) 田原健一, 山崎真司, 見波 進: 履歴ダンパーを用いた連結制振構造の地震応答低減効果, 日本建築学会構造系論文集, No.621, pp49-56, 2007.11
 - 28) 伊藤 宰, 辻 聖晃, 吉富信太, 竹脇 出: アウトフレーム連結制振構法による既存建物耐震補強の逆問題型アプローチ, 日本建築学会構造系論文集,

- No.627, pp.725-732, 2008.5
- 29) 友澤裕介, 岩崎良二, 高田毅士: 制振効果を最大化する連結特性の特定, 日本建築学会構造系論文集, No.631, pp.1529-1534, 2008.9
- 30) 林 篤, 大迫勝彦, 和田 章, 高梨晃一: 連結制振構造を適用した線路上空建築物のエネルギーによる応答特性評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 635 号, pp.55-63, 2009.1
- 31) 伊藤 宰, 辻 聖晃, 吉富信太, 竹脇 出: アウトフレーム連結制振耐震補強のための連結ダンパーの合理的決定法, 日本建築学会構造系論文集, No.636, pp.273-281, 2009. 2
- 32) 林 篤, 大迫勝彦, 和田 章, 高梨晃一, 岩崎和明, 鈴木勇: 連結制振構造を適用した線路上空建築物の設計と実測による性能評価, 日本建築学会構造系論文集, No.648, pp.299-307, 2010.2
- 33) 辻 聖晃, 中川大輔, 吉富信太, 竹脇 出: アウトフレーム型連結制振構法におけるアウトフレーム及び連結ダンパーの応答低減率マップを用いた設計法, 日本建築学会構造系論文集, No.648, pp.337-346, 2010.2
- 34) 半田 潤, 吉富信太, 辻 聖晃, 竹脇 出: 建物の平面配置効果を考慮した 2 棟連結制振構法の特性解析, 構造工学論文集, Vol.57B, pp.319-327, 2011
- 35) H. Roh, GP. Cimmellaro and D. Lopez-Garcia : Seismic Response of Adjacent Steel Structures Connected by Passive Device, *Advances in Structural Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 499-5170, 2011.
- 36) Kobori, T., Yamada, T. and Takenaka, T. : Effect of Dynamic Tuned Connection on Reduction of Seismic Response -Application to Adjacent Office Building-, *Proc. 9WCEE*, Tokyo-Kyoto, Japan, V, pp.773-778, 1988
- 37) 連結制振工法を共同住宅の耐震改修工事へ適用, 建築技術, No.682, p.54, 2006.11
- 38) 山野祐司, 井上芳生, 木村 匡, 浅野美次, 大竹和夫, 山根 豊: 晴海アイランドトリトンスクエアのアクティブ棟間連結制振装置, その 1 建物概要・風洞実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.437-438, 2001.9
- 39) 寺澤正文, 井上芳生, 木村 匡, 大竹和夫, 山根 豊, 吉江慶祐: 晴海アイランドトリトンスクエアのアクティブ棟間連結制振装置, その 2 制振効果の予測解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.439-440, 2001.9
- 40) 小池裕二, 井上芳生, 木村 匡, 山野祐司, 江野口正光, 吉江慶祐: 晴海アイランドトリトンスクエアのアクティブ棟間連結制振装置, その 3 制振装置概要, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.441-442, 2001.9
- 41) Den Hartog, J. P. : *Machanical Vibrations*, 4th ed., McGraw-Hill, 1956
- 42) 満田衛資, 大渕充紀, 辻 聖晃, 竹脇 出: 連結制振構法を用いた建物の固有振動および減衰に関する基本特性, 日本建築学会構造系論文集, No.696, pp.227-236, 2014.2

- 43) Veletsos, A. S. and Ventura, C. E. : Modal Analysis of Non-Classically Damped Linear Systems, *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 14, pp.217-243, 1986
- 44) 戸川隼人 : マトリクスの数値計算, 第 4 章, オーム社, 1971
- 45) 柴田明德 : 最新耐震構造解析, 第 2 章, 森北出版, 1981

謝辞

この学位論文をまとめるにあたり、京都大学教授 竹脇出先生からは多大なるご指導を賜りました。実務家として過ごす時間が長く決して研究に慣れているとは言えない私にとりまして、学位論文をまとめ上げることは容易に乗り越えることのできない高い壁と覚えることも多々ありました。そうした幾つもの局面において、竹脇先生からは時に厳しく時に暖かく言葉をかけて頂きながら、丁寧かつ的確にご指導いただいたことで、継続的に研究を前に進めることができ、まとめ上げることができました。ここに深く感謝の意を表します。

また、本論文の審査にあたりましては、京都大学防災研究所教授 中島正愛先生ならびに京都大学教授 金子佳生先生からは数多くの有益なご教示を賜りました。ここに深く感謝の意を表します。

京都大学准教授 辻聖晃先生からは、本研究を進める上での貴重なご指導やご助言を賜りました他、解析プログラムをご提供いただきました。辻先生のご支援なくしては本論文を現在の形にまとめあげることができなかったと思います。ここに深く感謝の意を表します。

また、私が竹脇研究室に属することになる以前においては、摂南大学教授 上谷宏二先生（元京都大学教授）からは、多くのご指導を賜りました。上谷先生の研究に対する情熱は今も強く励みになっております。ここに深く感謝の意を表します。そして上谷研究室在籍時には京都大学准教授 荒木慶一先生、東京電機大学准教授 山川誠先生（元京都大学助教）とはゼミやプライベートの中での大変有意義な議論を通じ、多くのことを学ばせていただきました。ここに深く感謝の意を表します。

平成 18 年に編入学後、博士後期課程に在籍してからは、休学期間も含め 8 年半という歳月を要してしまいました。最終的には竹脇研究室にて二棟連結制振系をテーマに学位論文をまとめることとなりましたが、上谷研究室に在籍していた頃からの通底するテーマとして、都市部における建築物の構造安全性能を高める、ということがありました。この学位論文において示したことは、都市部の建物に限定した内容ではなくより一般化した内容ではありますが、序文にて述べた通り連結制振工法は、新築だけでなく既存建物の耐震改修にも応用可能であり、上谷研究室在籍時に考えていたような、間口が細く奥行きの高いいわゆる平面辺長比の長い都市部特有の建物に対しても、ファサードのアウトフレームや、インナーシャフトなどの増設、さらには直接的な二棟連結といった形で既存建物の耐震改修として適用が可能と考えています。

今回、学位論文というひとつの形にまとめはしたものの、このことが実際の世の中において役に立たせることがなければ真に“成果”と呼ぶことはできません。今後、この成果を実務設計において適用させた建築物・構造物を世に送り出していくことで、お世話になった諸先生方へのご恩返しが出来ればと考えています。

最後に、特に論文をまとめていく終盤期において、私が研究に集中することができたのは、家庭においては家族の理解と応援があったこと、事務所においては所員の成長に伴って私自身の実務作業負担が軽減できたことによるところが大きいと感じています。そのような環境を実現してくれた家族や満田衛資構造計画研究所スタッフ諸君に対し、深く感謝いたします。

満田 衛資